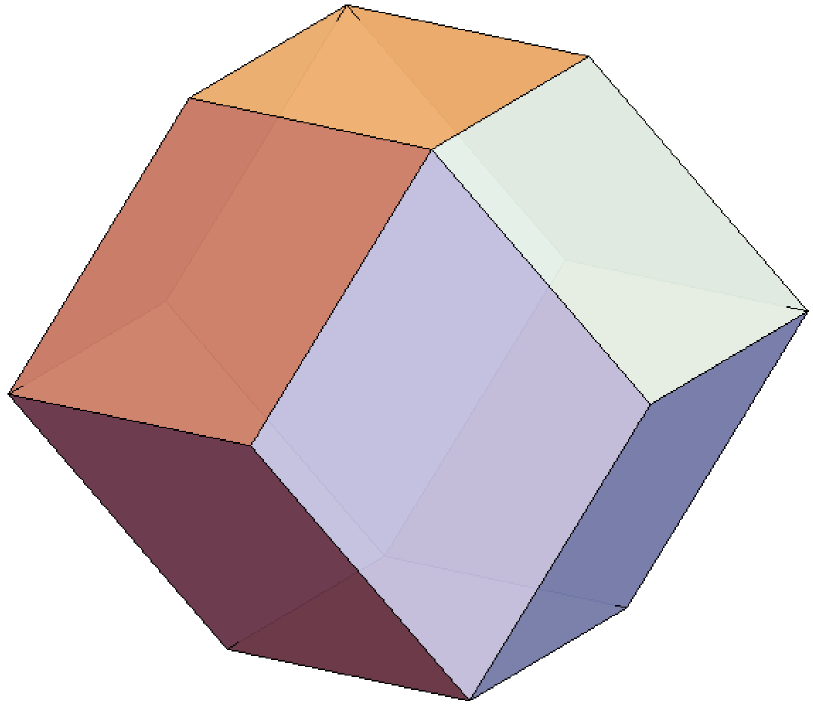
うつくしい
立体を
つくろう

りょうけいじゅうにめんたい

菱形十二面体を作ろう



柘榴（ざくろ）石・ガーネットの結晶が菱形十二面体になることがある。

うつくしい立体とはどんな立体？

（１） 面の形がすべて同じ

面の形が正多角形(せいたかくけい）

（２）どこから見ても同じ形

頂点に集まる面の数が同じ

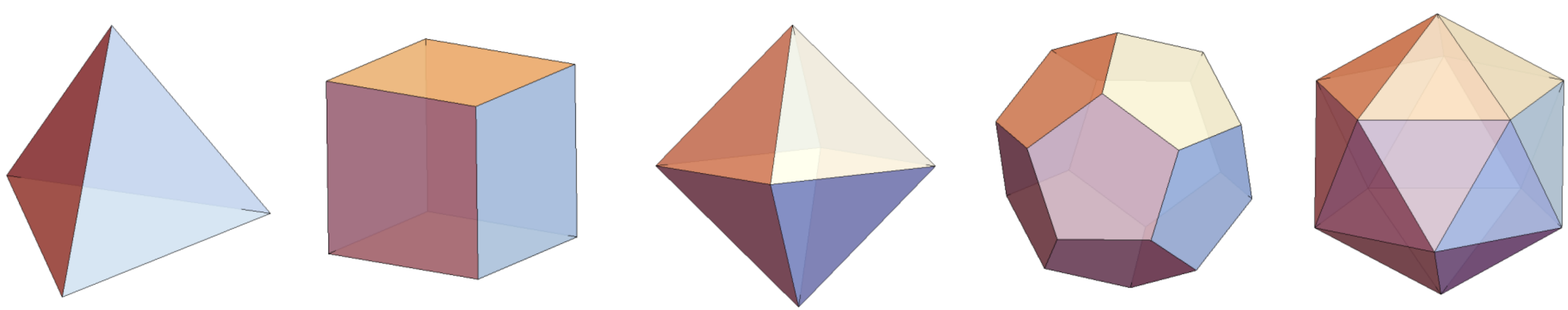
（３）へこみがない

凸(とつ）

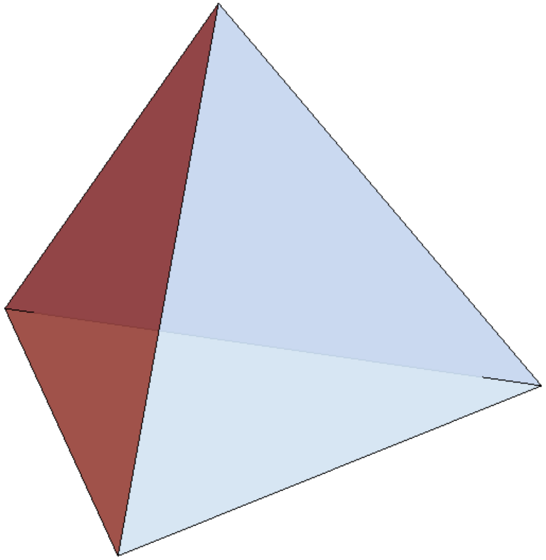
下の 1. 2. 3. の条件をすべてみたす立体を**正多面体(せいためんたい)**とよびます。

1. 面の形が同じ正多角形
2. 頂点に集まる面の数がおなじ
3. 凸(へこみがない)

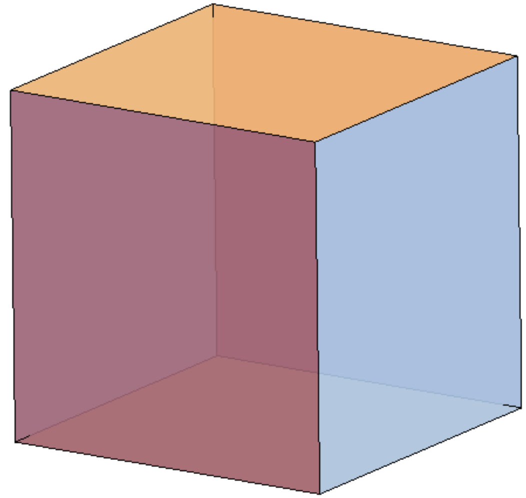
「正多面体」は全部で「５種類」あります。



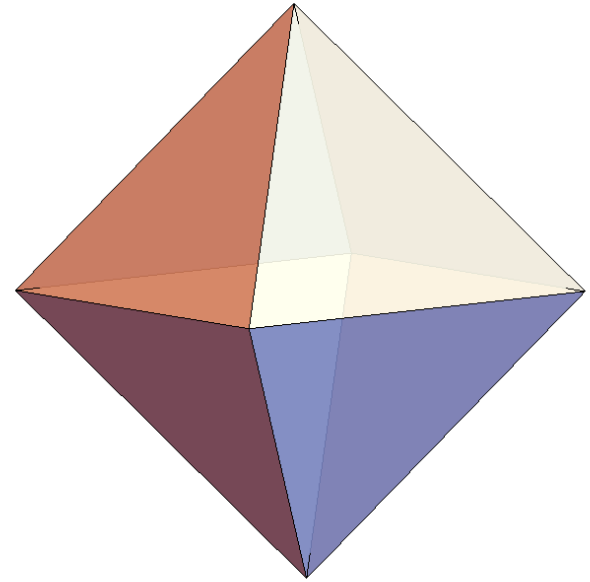
正多面体の名前



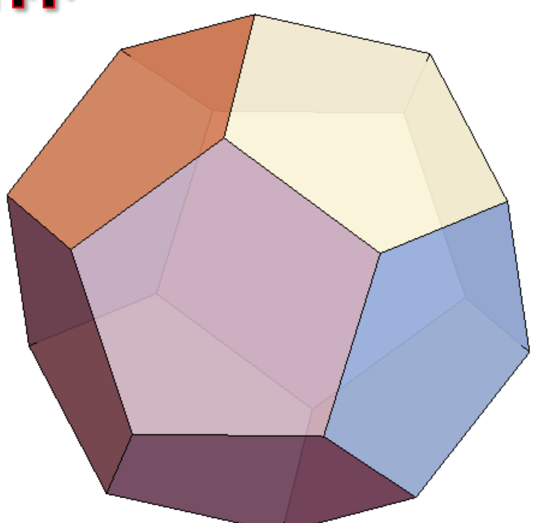
正四面体



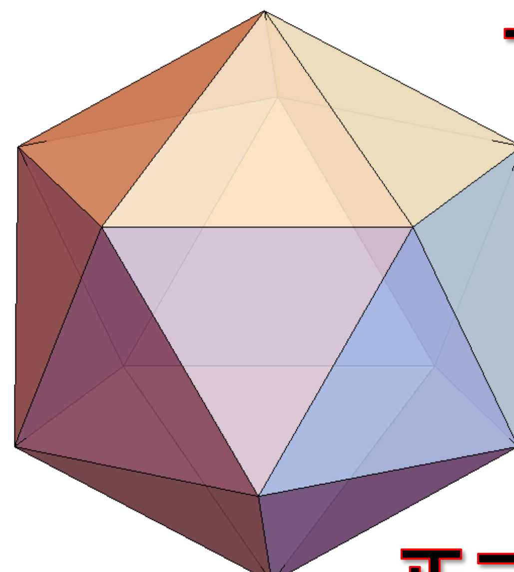
正六面体
（立方体）



正八面体



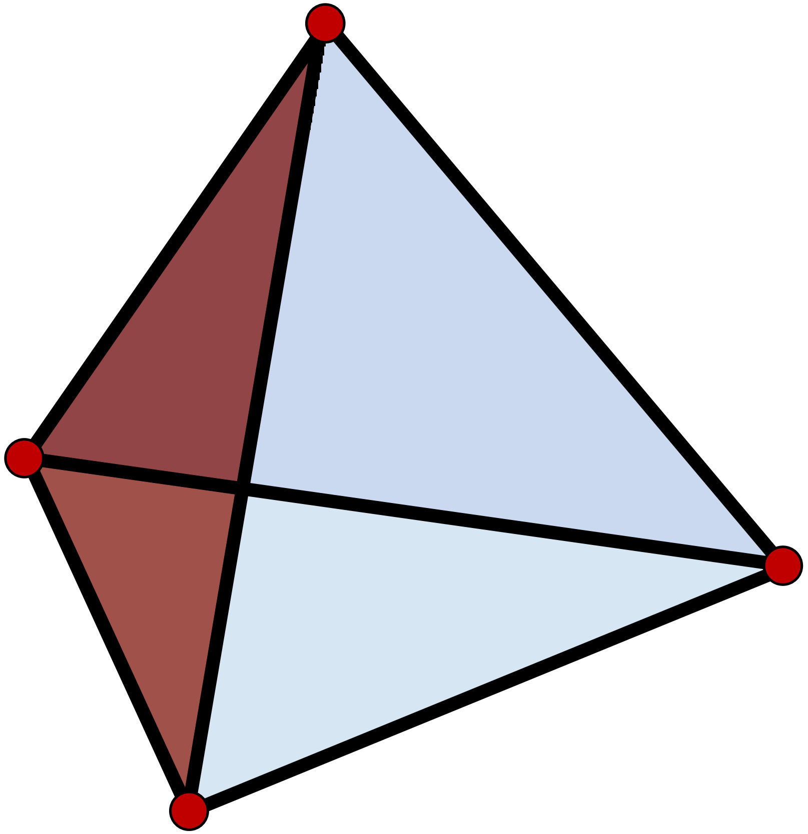
正十二面体



正二十面体

正多面体の面・辺・頂点の数

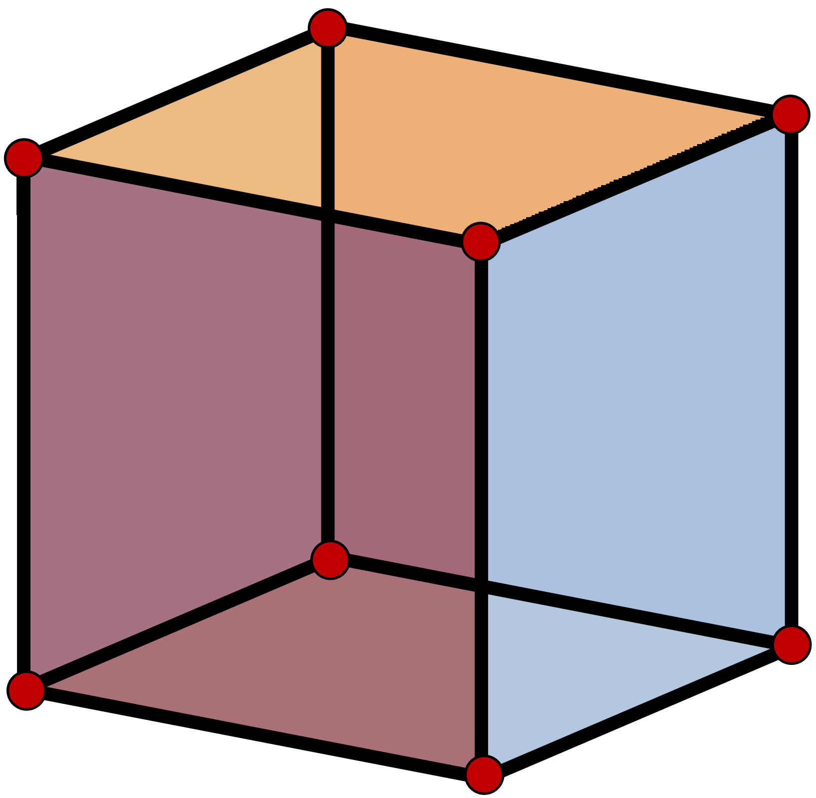
正四面体



面の数	4
辺の数	6
頂点の数	4

正多面体の面・辺・頂点の数

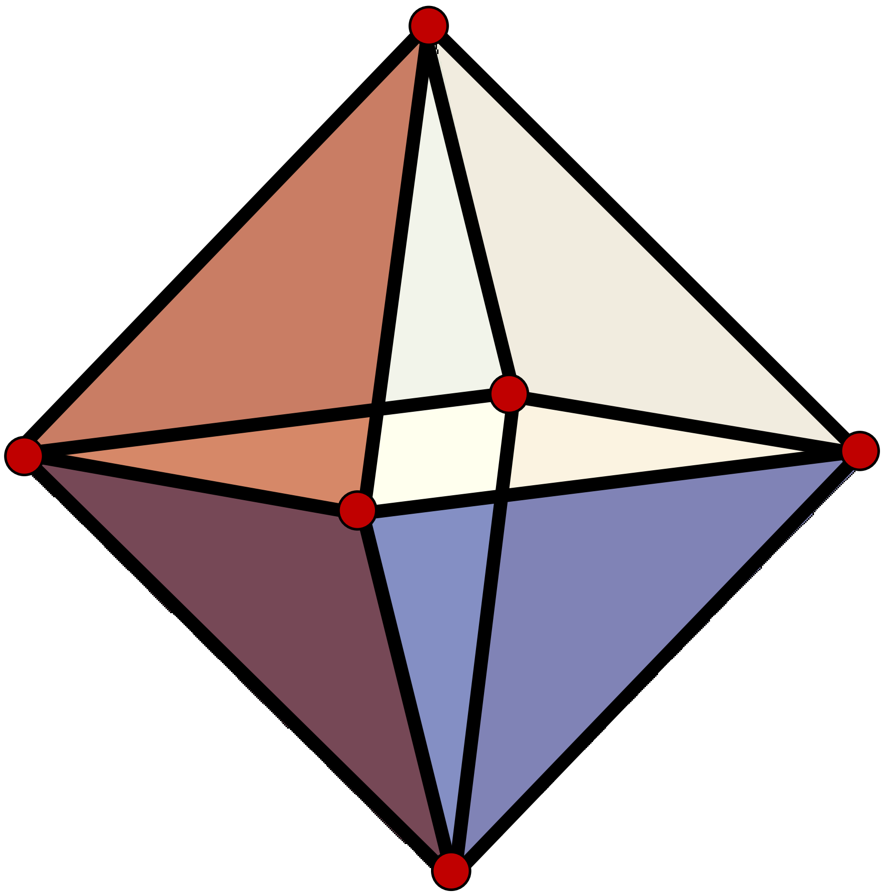
正六面体



面の数	6
辺の数	12
頂点の数	8

正多面体の面・辺・頂点の数

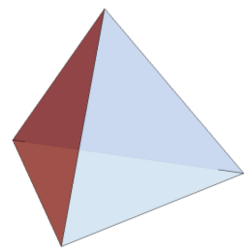
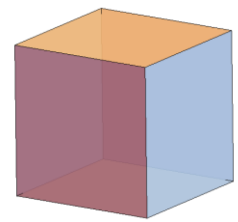
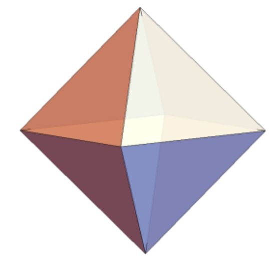
正八面体



面の数	8
辺の数	12
頂点の数	6

頂点と辺の数の数え方の工夫1

正四・六・八面体の面と辺と頂点の数は・・・

	正四面体 	正六面体 	正八面体 
面の数	4	6	8
辺の数	6	12	12
頂点の数	4	8	6

面と辺と頂点の数に共通の関係がないか？

頂点と辺の数の数え方の工夫1

	正四面体	正六面体	正八面体
面の数	4	6	8
辺の数	6	12	12
頂点の数	4	8	6

正四面体：4＋4−6＝2

正六面体：6＋8−12＝2

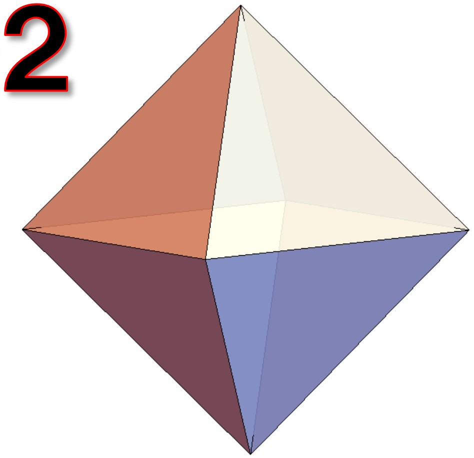
正八面体：8＋6−12＝2

辺と面と頂点の数の間には、次のような関係がなりたちます。

面の数＋頂点の数−辺の数＝2

（オイラーの多面体定理）

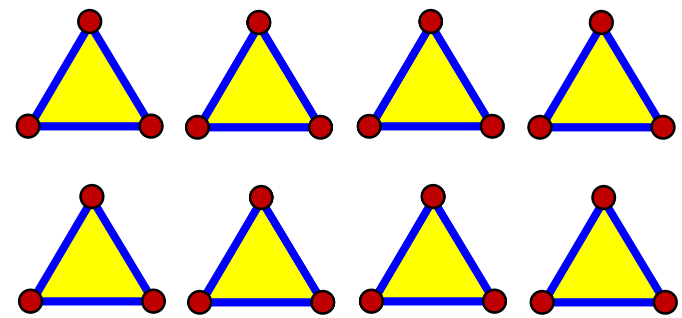
頂点と辺の数の数え方の工夫2



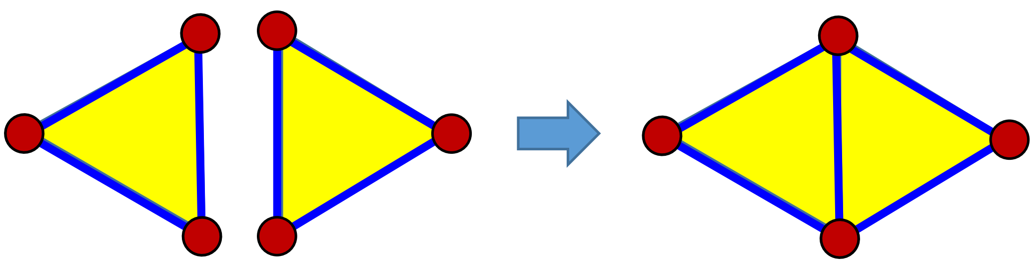
正八面体は・・・3角形が8枚なので

頂点と辺の数は全部で

3×8＝24個・本



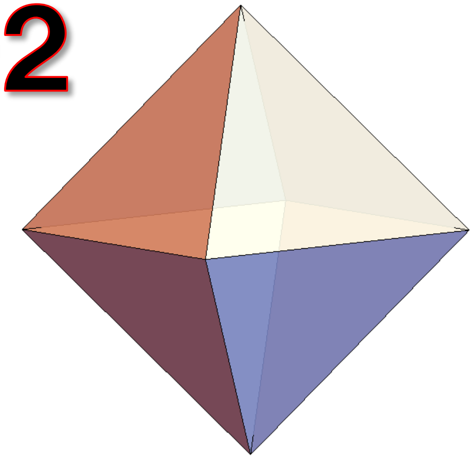
しかしじっさいの辺の数は



2本の辺がくっついて1本の辺になるので

24÷2＝12本

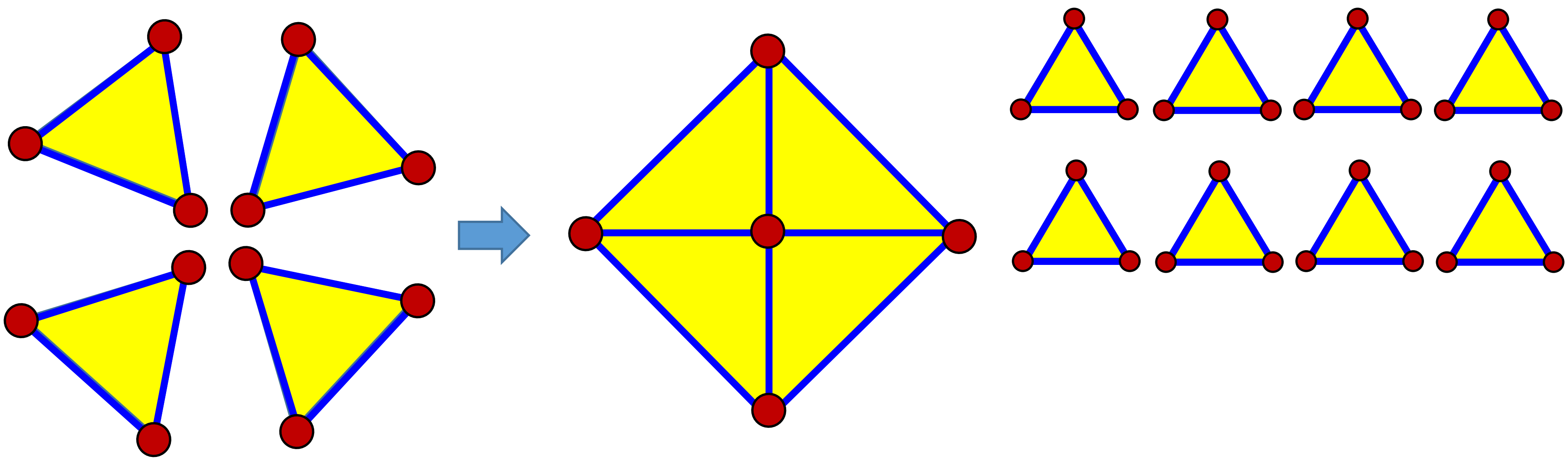
頂点と辺の数の数え方の工夫２



正八面体の頂点と辺の数は全部で

３×８＝２４個・本

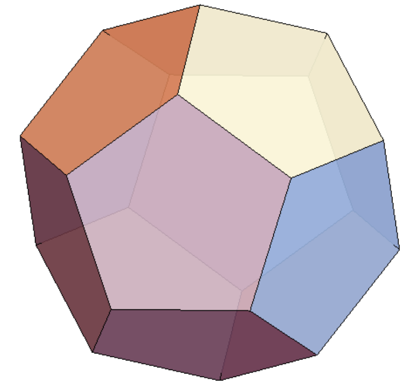
しかしじっさいの頂点の数は



４個の頂点がくっついて１個の頂点になるので

２４÷４＝６個

正十二面体を数えてみよう

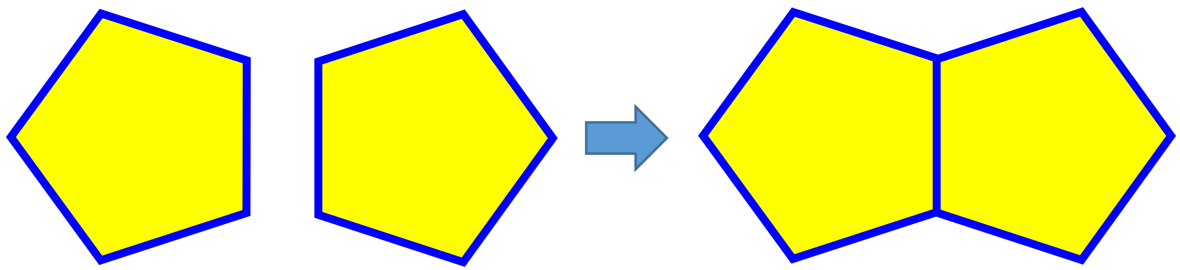


正十二面体は5角形が12枚なので

辺の数は全部で

5×12＝60本

じっさいの辺の数は、2本の辺がくっついて1本の辺になるので

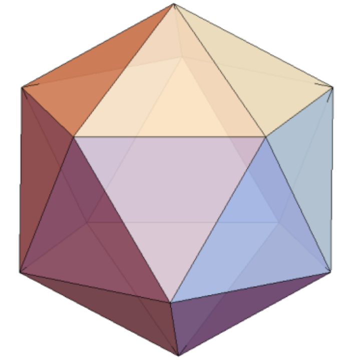


60÷2＝30本

面の数＋頂点の数－辺の数＝2 なので

12＋　　－30＝2

正二十面体の数を数えてみよう

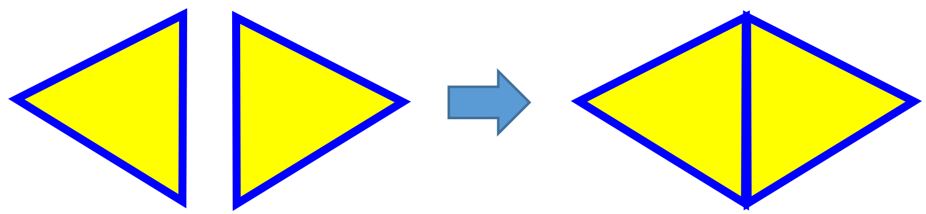


正二十面体は□角形が□ 枚なので

辺の数は全部で

□×□＝□本

じっさいの辺の数は、２本の辺がくっついて１本の辺になるので



□÷□＝□本

面の数＋頂点の数−辺の数＝２ なので

□＋□−□＝２

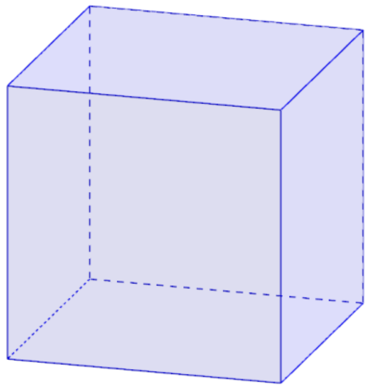
正多面体の面・辺・頂点の数のまとめ

	正四面体	正六面体	正八面体
面の数	4	6	8
辺の数	6	12	12
頂点の数	4	8	6

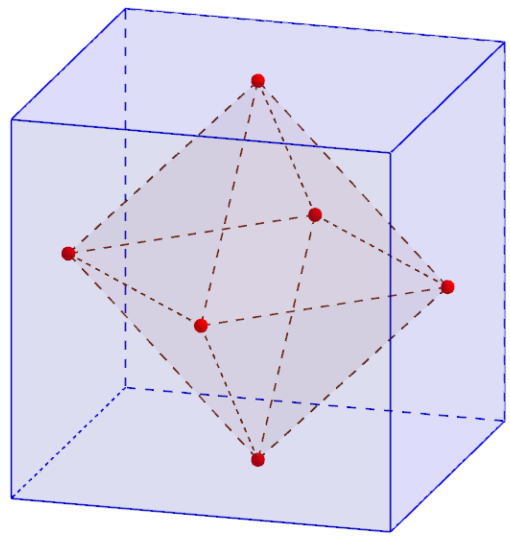
	正十二面体	正二十面体
面の数	12	20
辺の数	30	30
頂点の数	20	12

面と頂点の数が同じ！

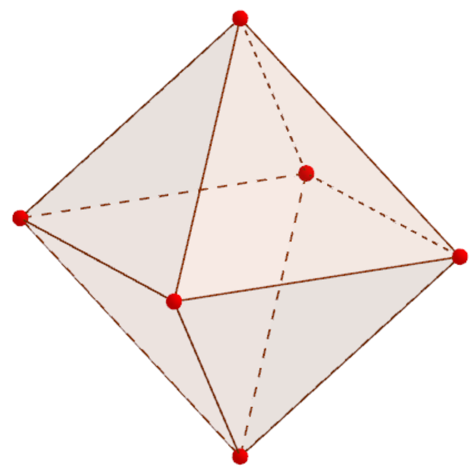
正六面体の面の中心を



となりの面の中心と結ぶと・・・

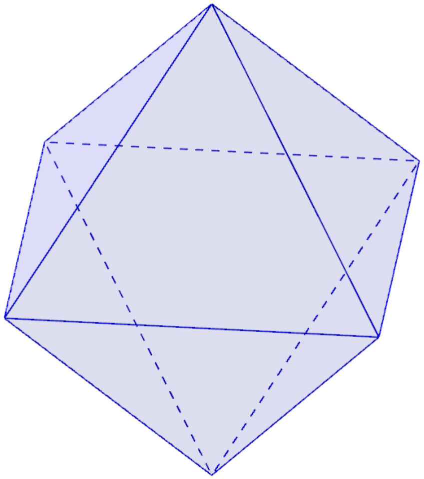


正八面体になる！

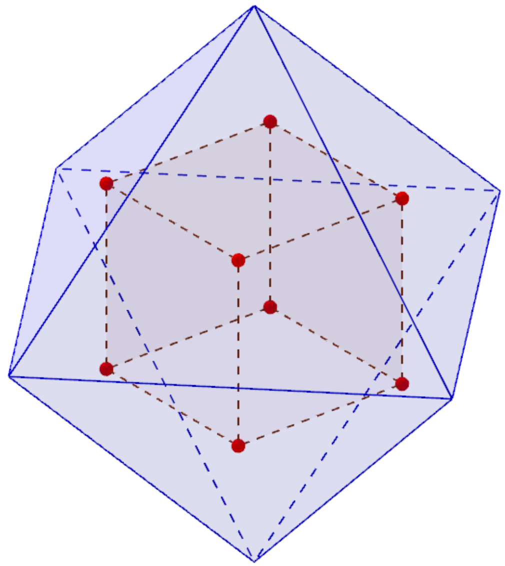


「正六面体」の**6枚の面**が
「正八面体」の**6個の頂点**
に置きかわった。

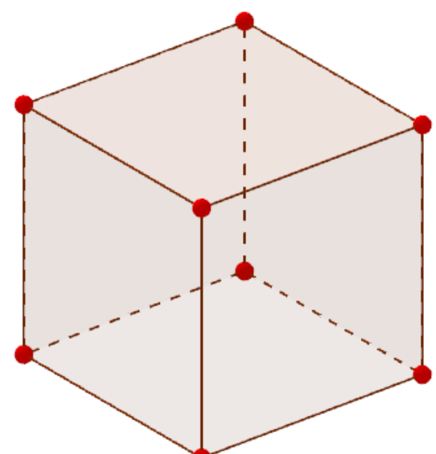
正八面体の面の中心を



となりの面の中心と結ぶと・・・

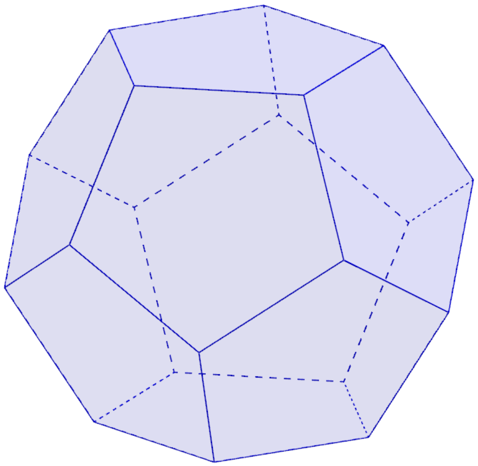


正六面体になる！

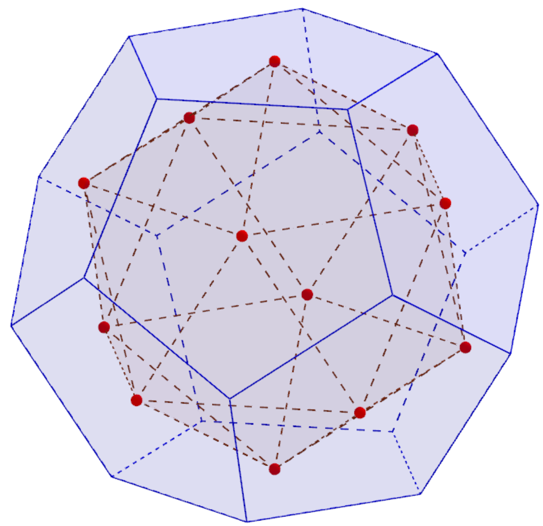


「正八面体」の**8枚の面**が
「正六面体」の**8個の頂点**
に置きかわった。

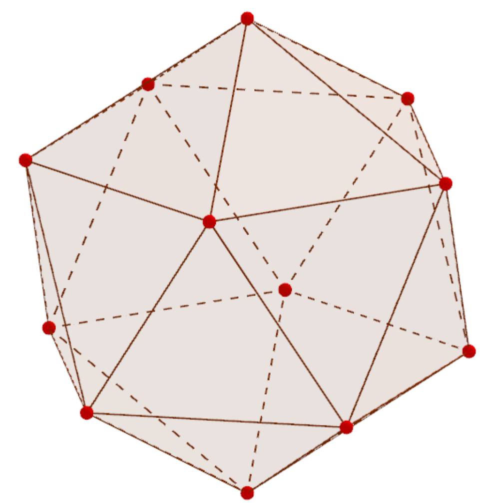
正十二面体の面の中心を



となりの面の中心と結ぶと・・・

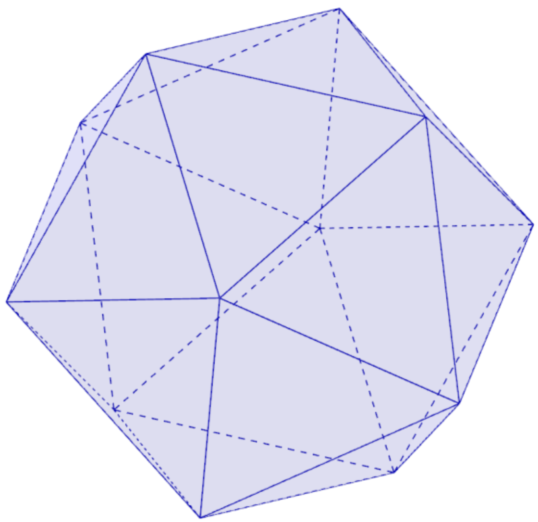


正二十面体になる！

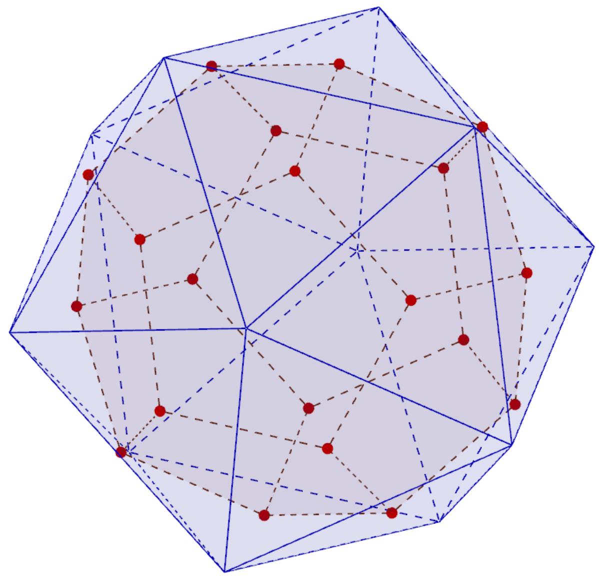


「正十二面体」の12枚の面が
「正二十面体」の12個の頂点
に置きかわった。

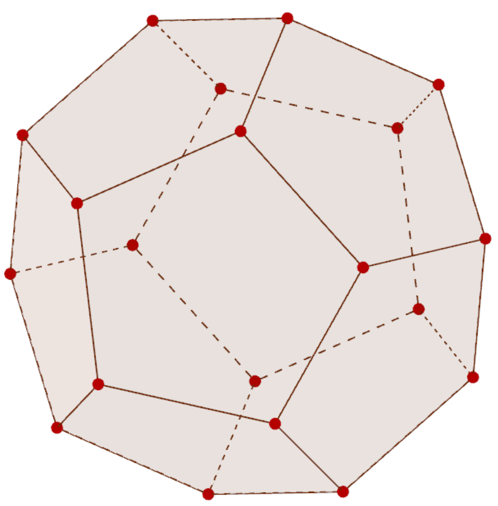
正二十面体の面の中心を



となりの面の中心と結ぶと・・・

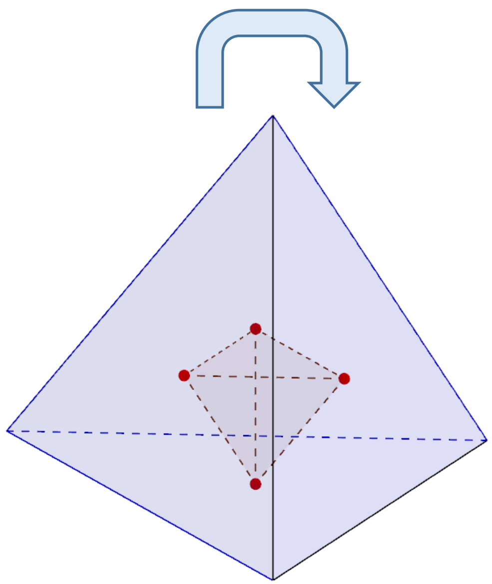


正十二面体になる！

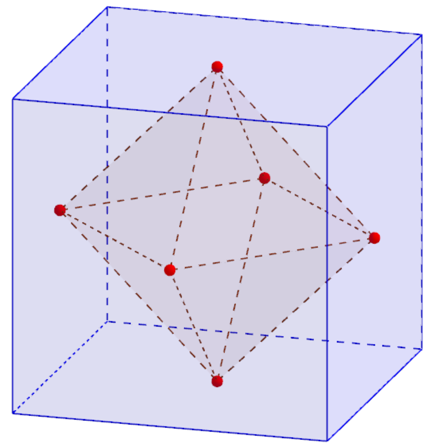


「正二十面体」の20枚の面が
「正十二面体」の20個の頂点
に置きかわった。

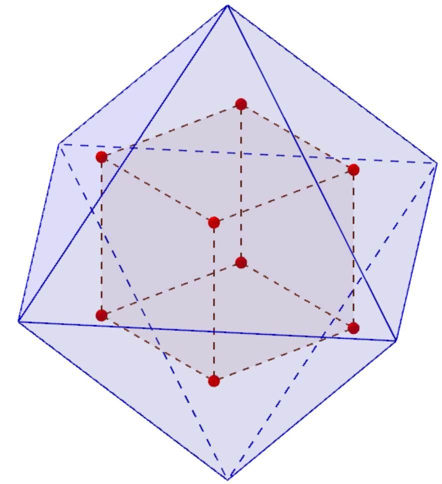
このような関係にある多面体を
「双対多面体（そういためんたい）」
といいます。



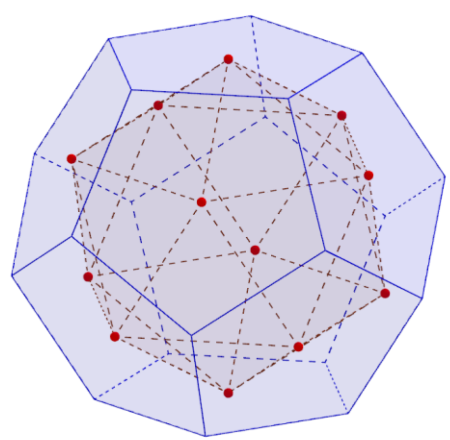
正四面体



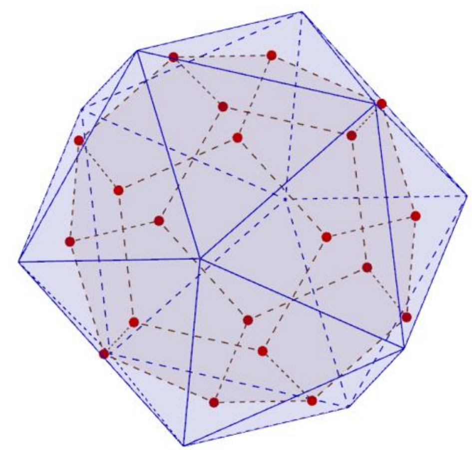
正六面体



正八面体

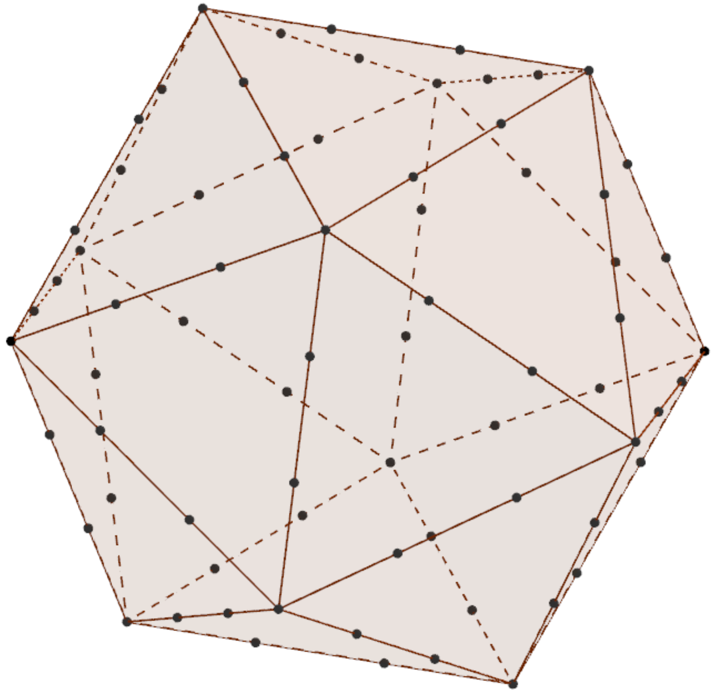


正十二面体

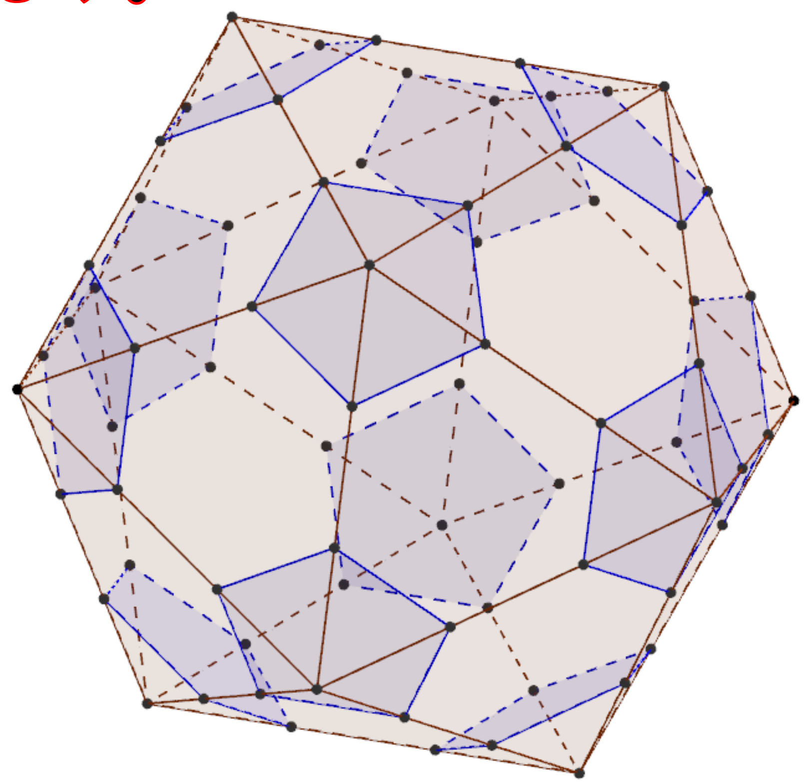


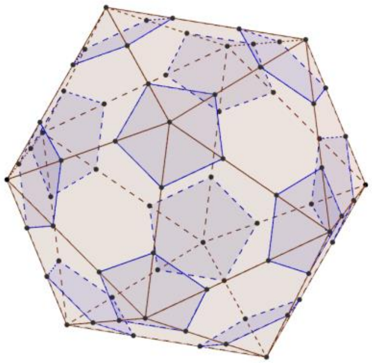
正二十面体

正二十面体の辺を3等分して

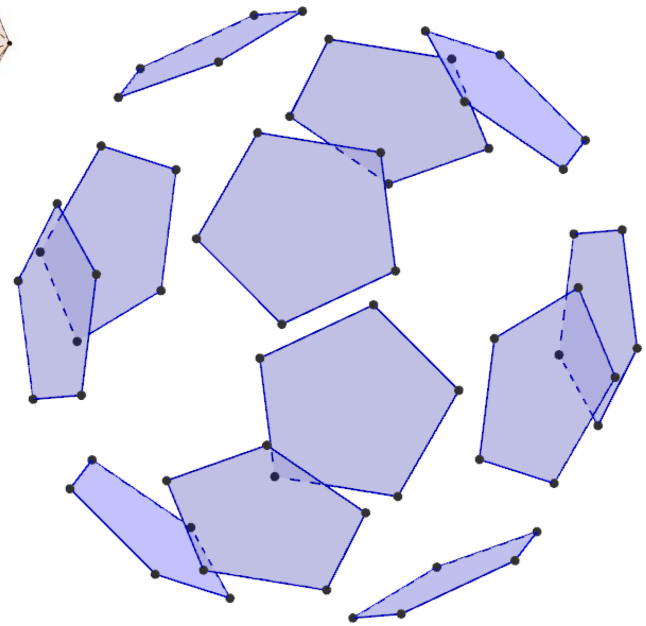


線で結ぶと正五角形の面が
できます。

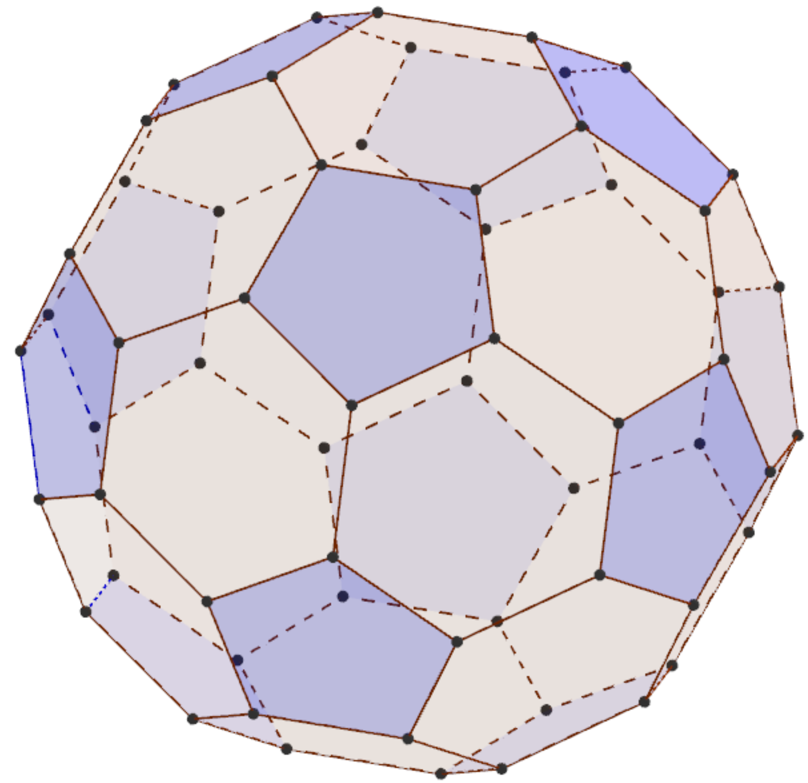




元の正二十面体を消して

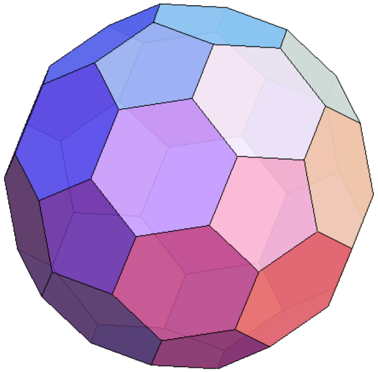


すきまを正六角形でうめると



サッカーボールができる！

サッカーボール型は「うつくしい」立体でしょうか？

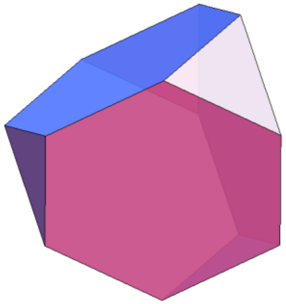


1. ~~面の形が同じ正多角形~~
2. 頂点に集まる面の数が同じ
3. 凸（へこみがない）

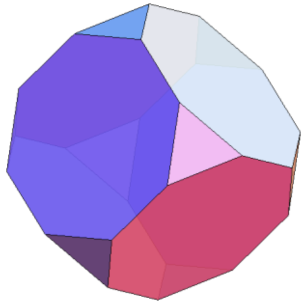
残念ながら「１」がなりたちません。

しかし、このような「まあまあうつくしい立体」の仲間を「半正多面体」といいます。

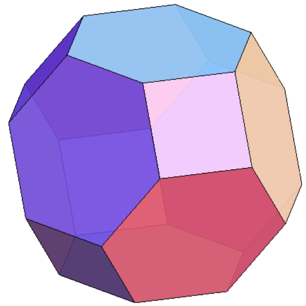
半正多面体



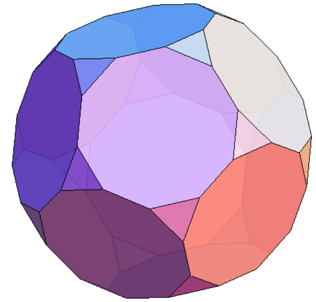
切頂四面体



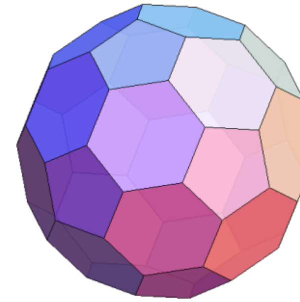
切頂六面体



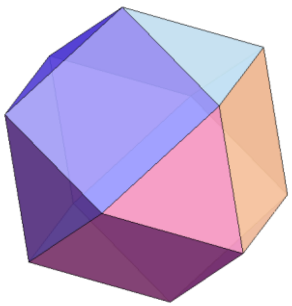
切頂八面体



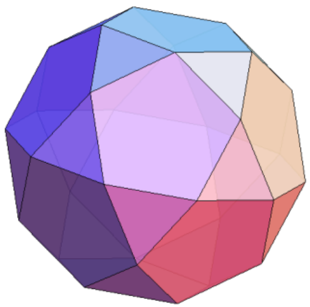
切頂十二面体



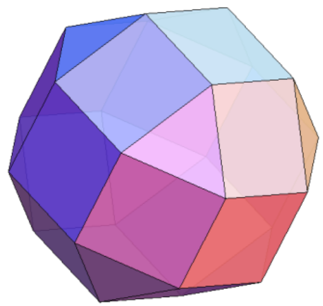
切頂二十面体



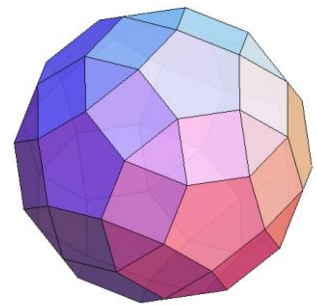
立方八面体



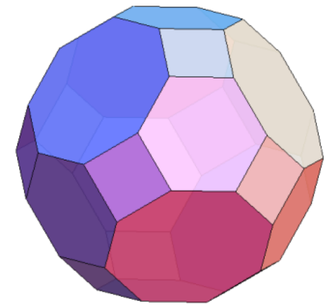
二十・十二面体



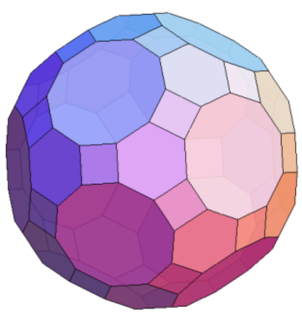
斜方立法八面体



斜方二十・十二面体

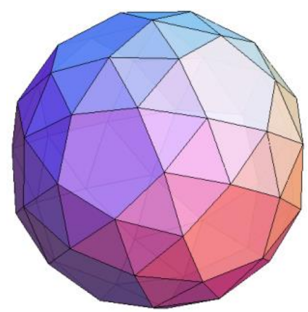


切頂立方八面体



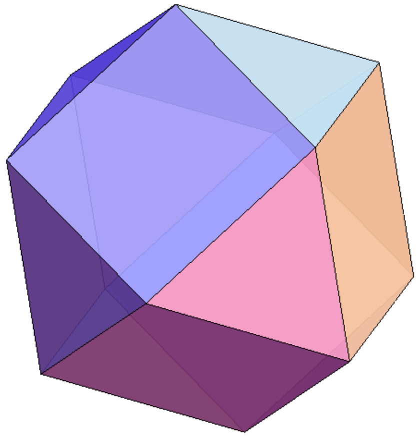
斜方切頂二十・十二面体

捩れ立方体

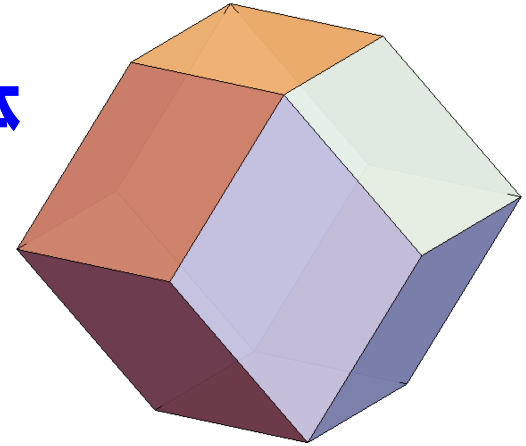


捩れ十二面体

立方八面体を作ろう



相対多面体

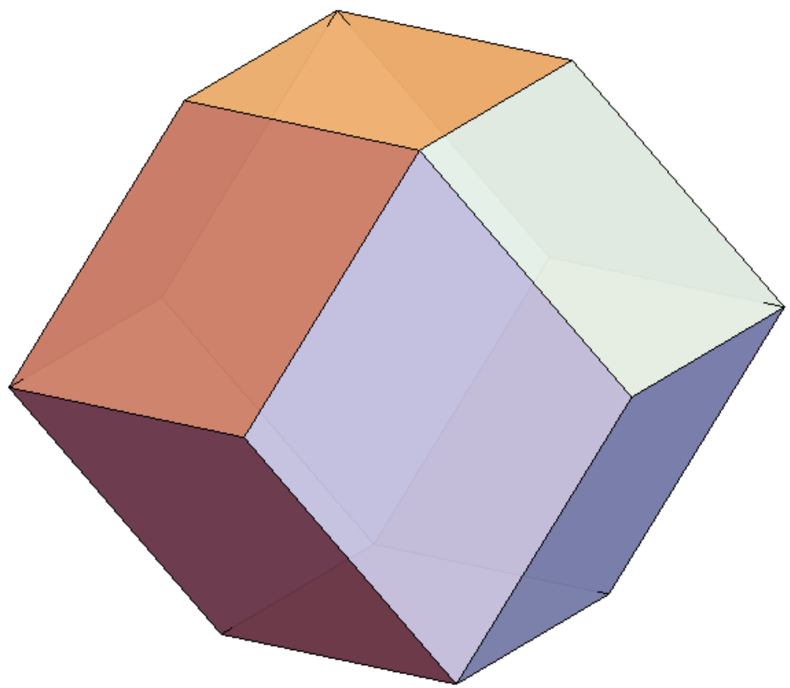


立方八面体の面と辺と頂点の数は・・・

	立方八面体	菱形十二面体
面の数	14	12
辺の数	24	24
頂点の数	12	14

おまけ

菱形十二面体は、レンガのように同じ立体をすき間なく積み重ねてゆくことができる空間充填(くうかんじゅうてん)が可能な立体です。
みんなで作った立体をつみかさねてみましょう。



おわり