




「無限」の話

中内伸光著

 山口数理科学出版会

「無限」という言葉は
日常生活でも使われている。

「限りなく」

「数えられないほど」

「星の数ほど」 ← 文学的表現

そもそも人間は「無限」を
にんしき
認識していても
はあく
把握しているわけではない。

数学の歴史は
「無限」との闘い^{たたか}であった。

「『無限』をどう理解するか？」が
数学の主要なテーマの一つである。

この冊子の目的

世にも奇妙な物語

奇妙で、不思議で、
ちょっぴり怖い
「無限」の世界を
かいま見てみましょう。

ギリシヤのむかし

「無限」に対する疑念・恐れ



「無限」にはふれない態度

ゼノンの逆理

(1) アキレスとカメ

アキレスはカメに追いつけない!!

これから始まる
大レース



スタート



ゴール

まずは登場人物紹介。

データファイル No35

アキレス



ギリシャ神話に
出てくる勇者。
走るのが
とても速い。
ちなみに、
好きな季節は
秋れす。

つまんねー

それにしても、
この絵、なんとかならんか？
子供でも、もう少しうまい絵を
描くと思うぞ！

データファイル No73

カメ



とてもものろくて
やってられないと
油断させるのが武器。
たまに口から火をふく。
(←それはガメラだ。)

アキレスとカメの競争



カメはここから出発
(ハンディーキャップ!)



その間に、カメは進んでいる

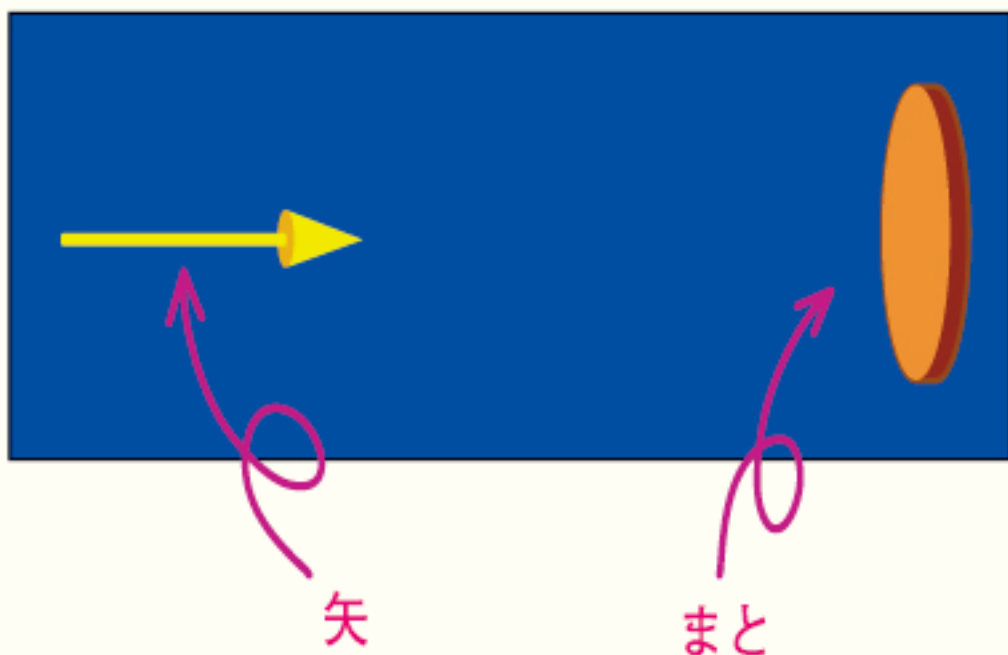


その間に、さらにカメは進んでいる

いつまでたっても追いつかん!
(“無限”に続く・・・)

(2) 飛ぶ矢は動かない

矢は、まとに当たらない!!



まとをねらって矢を発射!!

矢がまもにあたるためには・・・



まず、中間地点に到達しなければならない。



その前に

そのまた中間地点に到達しなければならない。



その前に

そのまた中間地点に到達しなければならない。

あとは、この繰り返し・・・。

(“無限”に続く・・・)

**いつまでたっても
進まんぞ!!**

「無限」を避ける態度

ユークリッド「原論」には

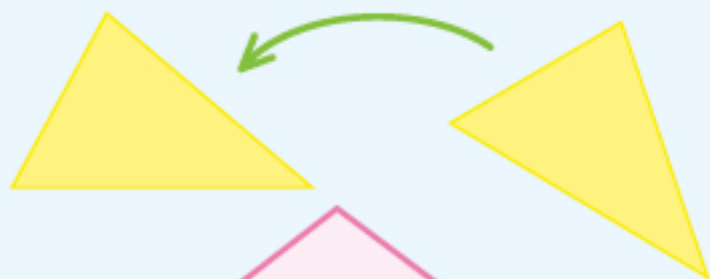
「無限」が使用されていない。

「運動」が用いられていない。

「運動」は、ゼノンの逆理にひっかかると、たぶん避けたんだろうな。

回転、平行移動など

例えば、2つの三角形が等しいか否かは動かして重ね合わせてみればわかる。



現代数学では、
「幾何」と「変換」（運動）は
密接に関係している。

「力学」と「微分積分学」の成立の頃から (17世紀～)

「無限」を軽率^{けいそつ}にあつかうようになる。

ダランベール

「前進せよ。自信はあとからつくものだ。」

偉い数学者の警告!!

ガウス

「無限を何か完成されたものであるかのように用いていることに対して、私は強く抗議しなければなりません。」

(友人シューマッハーへの手紙)

たとえば、 変じゃありませんか？

「無限のホテル」

無限個の客室をもつホテルは
満室でも泊まれる!!

1号室、2号室、3号室、・・・
(すべて満室)

宿泊客に、部屋を1つずつ
ずれていってもらおうと・・・

1号室、2号室、3号室、・・・
↓ ↓ ↓
1号室、2号室、3号室、・・・

1号室が空室になる。

部屋の数有限個のときは、1つずれると
最後の人を追いつかれるのだけれど、
無限個のときは「・・・」の部分で
“吸収” されてしまう

数学が近代化・精密化するにつれて

パラドックス(逆理)が続出。

“**変なもの**” がたくさん見つかる。

“変なもの”に見えるのは
理解不足が原因

人間の直感や常識は
しばしば裏切られる。

人間は「無限」を^{にんしき}認識していても
^{はあく}把握することはできない・・・。
「無限」は“神の世界”である。

出ました、神様 !!

数学の歴史は
「無限」との^{たたか}闘いであった。

あなたも勇者になって
「無限」と^{たたか}闘ってみませんか？
未知の世界があなたを
待っています。

あとがき

いかがでしたでしょうか？「無限」というのは、とても不思議でおもしろいものだということが、少しでも伝わったでしょうか？

この冊子は、2002年8月に、著者が山口大学理学部の公開講座でおこなった「無限の話」というタイトルの講義の前半部分をもとにしたものです。講義の後半部分では、この冊子の最後に述べた“**変なもの**”の例をたくさんあげました。高木関数、カントール集合、シェルピンスキーのじゅうたんとスポンジ、空間充填曲線、コッホ曲線、フラクタルなど。「百聞は一見にしかず」ということで、プロジェクターを用いてビジュアルに追りました。これについては、またの機会に。

「数学って、むずかしくて、つまらないものだ」と思っている人がいたら、それは間違っています。「数学の歴史は無限との闘いであった」と書きましたが、数学には、その「闘い」の中で得られた豊富な内容がいっぱい詰まっています。教科書に書いてある、そっけない「定義」だって、裏には数々の人間のドラマがあるのです。

「数学」という不思議で楽しい世界をのぞいてみませんか？そして、「無限」に挑戦する勇者になってみませんか？


この冊子に関して、お気づきの点がありましたら、下記のメールアドレスまでお知らせいただければ幸いです。御意見・御感想などもお待ちしております。

nakauchi@yamaguchi-u.ac.jp

「無限」の話

2003年4月 第1版

著者：中内伸光

発行： 山口数理科学出版会