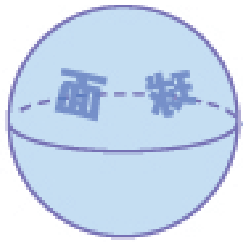


球面を裏返す

中内伸光 著

山口数理科学出版会

「**球面って滑(なめ)らかに裏返せると思う？**」
「いきなりなんだよ。それに、球面って何だったっけ？」
「ビーチボールの表面みたいな。」
「バレーボールでなくて、なんで、ビーチボールなの？」
「ビーチボールだと空気を抜けば柔らかくて、これからの話に都合がいいんだ。球面を変形していこうという話なんだからな。」
「で、このビーチボールを裏返せばいいんでしょ。」
「うん。」
「そりゃあんた、簡単ですがな。ここに切れ目を入れてっと。(ジョキジョキジョキ)」
「こらこら切るんじゃない。」
「ビーチボールを切らずに裏返せるの？」
「それは無理だ。」
「それじゃどうするの。」
「実際のビーチボールだとできないんだが、ビーチボールの表面どうしがぶつかっても、幽霊のように通り抜けることを許すとする。」
「そんなお化けみたいなビーチボールにどうやって空気を入れるんだよ。」
「だから、ビーチボールというのは、あくまで例え話で … 。」
「学校の怪談に出てきたりして。」
「だ〜か〜ら〜、例え話だって言ってるだろ。これは幾何の話だからな。例えば、学生時代に、円と直線との交わりとかやっただろ。」
「うわぁ〜、思い出したくない悪夢が … 。」
「あれなんか、直線が円を突き抜いとるじゃないか (図１)。」

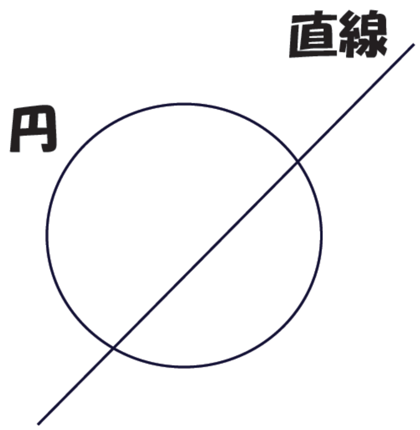


図１

「痛そう〜。」
「そうじゃなくてだな。幾何では、ある図形が他の図形と交わったり、あるいは、これから考える場合のように、**自分自身と交わることも許すんだよ**。」

「球面が自分自身と交わるって？」
「ぐにゃぐにゃと変形していくんだが、ビーチボールというより、**ゴム膜でできていて**、伸び縮みができるとした方が考えやすいだろうね。」
「ゴム膜？」
「そうそう。もちろん、変形の途中で表面どうしがぶつかっても幽霊みたいに通り抜けて良いことをお忘れなく。」
「難しいね。」
「そうでもないよ。例えば、表面をつまんで、ぐっと引っ張って、出てきた部分の先をもとの球面に押し込んでみるとこうなる (図２)。」

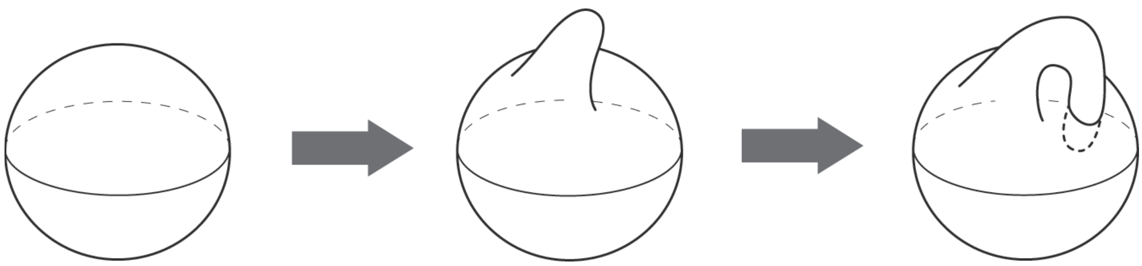


図２

「なるほど。」
「こういう『ゴム膜』のような変形を、**位相幾何学的な変形**っていうんだ。」
「位相幾何？」
「『**トポロジー**』とも呼んでいるよ。」
「あぁ、あの『地球にやさしい』やつだね。」
「それは『**エコロジー**』」
「あ、わかった。インドの政治家だ。」
「それは『**ガンジー**』。あのな〜、『**ジー**』しか合っとらんじゃないか。」
「動物園でよく見かけるよね。」
「『**チンパンジー**』かぁぁ。もういい、もういい。先に進むぞ。こういう『ゴム膜』のような変形だと簡単に裏返せる。」
「どうするの？」
「さっきは、つまんで外の方に引き伸ばすという変形をしたんだが、今度は、北極点と南極点の２カ所をつまんで、中の方に引き込むんだ。」
「あの〜、手が入りません。」
「実際に手を入れなくていいの、数学なんだから。」
「そうやって引き込んでいくと、北極点と南極点がぶつかる。ぶつかってもさらに引き込んで、いくところまでいくと、裏返っているだろ (図３)。」

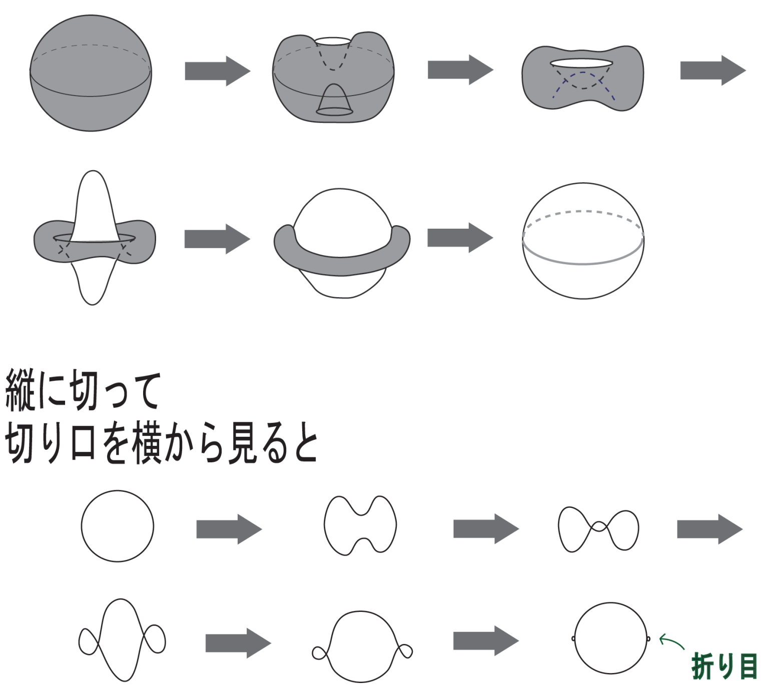


図3

「う～ん、確かに。」
「ところが、これからが本番だ。」
「えっ？今のは予行演習？」
「この変形だと、赤道の部分が変なんじゃ。」
「どうして？」
「折り目ができてしまう。数学の言葉でいうと、**連続な変形だけど滑らかな変形じゃないんだ**。」
「わからん。」
「折り目ができたり、カドができると、滑らかじゃなくなるだろ。」
「アイロンをあてればどう？」
「そういう問題じゃない。折り目やカドができた時点で、滑らかでなくなるからな。滑らかな変形は**微分位相幾何学的な変形**というんだ。」
「ビブンイソウキカ … 。」
「どうしたの。」
「ちょっとめまいが … 。」
「なんで。」
「５文字以上の意味のわからない言葉を聞くと、いきなり気が遠くなって … 。」
「鉄分をとれよ～。」
「いらんわい。」

「さて、球面は滑らかな変形で、はたして裏返すことができるのか？」
「そろそろ時間のようですので、また来週。」
「こらこら、勝手に終わるんじゃない。」
「折り目を作っちゃダメなんでしょう。そりゃ無理じゃない？」
「そう言わずに少し考えてみよう。」

＊＊＊＊＊ ３０分経過 ＊＊＊＊＊

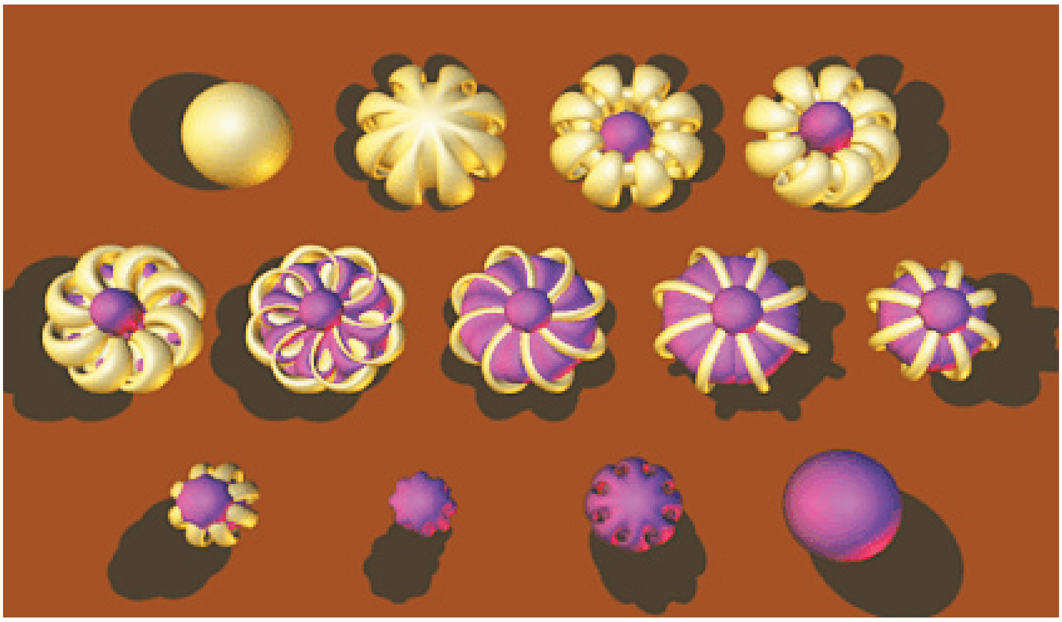
「やっぱり裏返せないんじゃない？ 」
「そう思う？ 」
「だって、どう考えたって無理だよ。」
「実はできるんだよ。」
「え〜〜〜〜〜〜〜？」
「１９５７年に* スメイル (S.Smale) という人が証明したことなんだが、学位論文の指導教官でさえも、最初は懐疑的であったらしい**。」
「誰も信じんわなー。」
「スメイルの証明は非常に複雑で、具体的な変形の様子が見えてこなかったことも一因らしい。その後、何人かの数学者により具体的な変形の仕方が与えられたんだ。それでもなかなか複雑で、理解するのは今でも難しいよ。」
「そうなの。」
「モラン (B.Morin) という人も具体的な変形を与えた人の一人なんだが、驚くべきことに、モランは**盲目の数学者**であったらしい。」
「へぇー。」
「今では変形の仕方もいろいろ改良されて、さらには、コンピュータ・グラフィクス (ＣＧ) を用いて変形の様子を見ることができる。」
「すごいね。」
「ビデオも出ていて見てみたんだが、何度見ても不思議だ。」
「どうやって変形するの。」
「一言では言えないよ。The Geometry Center† で製作された変形の図 (図４) を載せてこの話を終わることにしよう。**わからなくてもご心配なく。これを見ただけで変形の様子がわかった人は、幾何学的なセンスが相当あると思うよ**。」

---

* 論文受理は１９５７年で、出版は１９５９年。

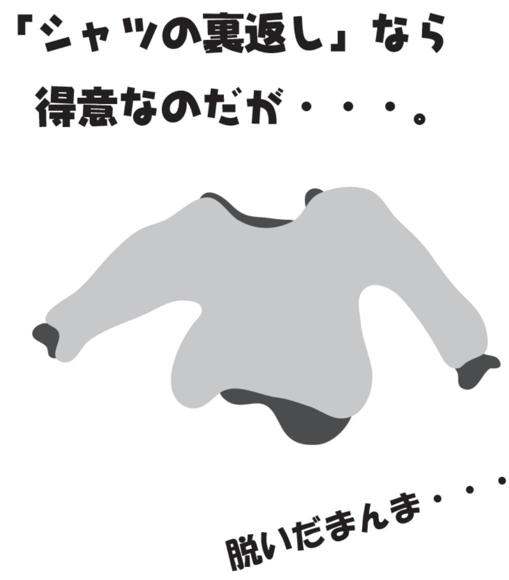
** 本間龍雄・他著「幾何学的トポロジー」(共立出版) の１２５ページを参照。学位論文は１９５６年で、これとは別の論文のようである。

† The Geometry Center のホームページは http://www.geom.umn.edu/ で, 変形の様子を解説したビデオ “Outside In” も 44 ドル (送料別) で購入できます。(実際の販売は A K Peters, Ltd.) なお、図４は、そのホームページにあったもの (http://www.geom.umn.edu/docs/outreach/oi/centerfold.html) をそのまま借用致しました。



The Geometry Center
(http://www.geom.umn.edu/docs/outreach/oi/centerfold.html)

図4



この冊子に関して, お気付きの点がありましたら, 下記のメイルアドレスまで,
御連絡いただければ幸いです.

nakauchi@yamaguchi-u.ac.jp

球面を裏返す
２００３年４月　第１版
著者：　中 内 伸 光
発行：　山口数理科学出版会

本文は、2001 年８月８日付の「宇部時報」の「理学の世界へようこそ」に掲載されたものです。