

# 工学系数学統一試験

## 出題範囲と達成目標一覧

# [ I ] 微分積分

## 1. 1 変数関数の微分と応用

### (a) 数列とその極限，関数の極限

[達成目標]

- (1) 極限の概念を理解し，数列の極限を求めることができる．
- (2) 不定形の極限をふくむ関数の極限を求めることができる．

### (b) 基本的な関数の導関数，合成関数と逆関数の微分

[達成目標]

- (1) 多項式，有理関数，三角関数，指数・対数関数，逆三角関数の導関数ならびにそれらの高階導関数を求めることができる．
- (2) 関数の積の微分法則，合成関数の微分法則，逆関数の微分法則を活用できる．

### (c) 関数の最大最小，テイラー展開

[達成目標]

- (1) 関数のグラフの概形を描くことができる．
- (2) 関数の極値や最大・最小を求めることができる．
- (3) 平均値の定理やテイラーの定理を理解し，関数の近似式を求めることができる．
- (4) 簡単な関数のテイラー展開を求めることができる．

## 2. 積分と応用

### (a) 基本的な関数の積分

[達成目標]

- (1) 多項式，有理関数，無理関数，指数・対数関数，三角関数の不定積分，定積分を求めることができる．
- (2) 部分分数展開を利用して有理関数の積分計算ができる．

### (b) 置換積分，部分積分

[達成目標]

- (1) 部分積分を（複数回も含む）利用して積分計算ができる．
- (2) 適切な変数変換を行い，積分計算ができる．

### (c) 図形の面積，曲線の長さ

[達成目標]

- (1) 曲線で囲まれた図形の面積を求めることができる．
- (2) 関数のグラフとして表された曲線やパラメータ表示された曲線の長さを求めることができる．

### 3. 多変数関数の偏微分と応用

#### (a) 偏導関数，合成関数の偏微分

[達成目標]

- (1) 偏微分係数の定義と意味を理解する．
- (2) 1変数関数の微分，合成関数の偏微分の公式を利用して，偏導関数ならびに高階偏導関数を計算できる．

#### (b) 偏微分の応用

[達成目標]

- (1) 簡単な多変数関数の極値を求めることができる．
- (2) 曲面の接平面を求めることができる．

### 4. 重積分と応用

#### (a) 重積分，累次積分，変数変換による重積分の計算

[達成目標]

- (1) 重積分と面積，体積の関係を理解する．
- (2) 累次積分を利用して重積分が計算できる．
- (3) 極座標変換などを利用して，重積分の計算ができる．

#### (b) 重積分の応用

[達成目標]

- (1) 曲面で囲まれた立体の体積を求めることができる．

## [ II ] 線形代数

### 1. 行列と行列式，正則行列と逆行列

[達成目標]

- (1) 行列に関する和や積などを計算できる．
- (2) 行列式の性質を理解し，簡単な行列の行列式を計算できる．
- (3) 行列が正則であるための種々の条件を理解し，与えられた行列が正則であるかどうか判定できる．
- (4) 次数が小さい，あるいは簡単な正則行列の逆行列を求めることができる．

### 2. 行列の階数，行列の基本変形，連立一次方程式の解法

[達成目標]

- (1) 行列の階数の概念を理解する．
- (2) 行列の基本変形 (掃き出し法など) を利用して具体的な行列の階数や逆行列を求めることができる．
- (3) 連立方程式の係数行列の正則性や階数と解の関係を理解する．

### 3. ベクトル空間 (線形空間) と部分空間，基底と次元，内積

[達成目標]

- (1) ベクトル空間 (線形空間) の定義を理解し，与えられた集合が指定された演算に関してベクトル空間をなすか判定できる．
- (2) 一次独立 (線形独立) と一次従属 (線形従属) の概念を理解できる．
- (3) ベクトルによって張られる (生成される) 部分空間の概念を理解できる．
- (4) 与えられたベクトル空間の基底と次元を求めることができる．
- (5) 内積の定義を理解し，与えられた基底から正規直交基底を構成することができる．

### 4. 線形写像と表現行列

[達成目標]

- (1) 線形写像の概念を理解する．
- (2) 線形写像の核と像を求めることができる．
- (3) 線形写像とその表現行列との関係を理解する．

## 5. 固有値と固有ベクトル，行列の対角化

[達成目標]

- (1) 固有値と固有ベクトルの定義を理解し，簡単な行列の固有値と固有ベクトルを計算できる．
- (2) 行列が対角化可能であるための条件を理解し，対角化可能な行列を計算によって対角化できる．

## [ III ] 常微分方程式

### 1. 常微分方程式に関する基礎的な概念

[達成目標] 常微分方程式の解，一般解，初期値問題などといった用語や概念を理解している．

### 2. 1階常微分方程式

[達成目標]

- (1) 次の二つの型の1階常微分方程式は具体的に解くことができる．
  - (a) 変数分離形 (b) 1階線形(変数係数)常微分方程式
- (2) 形式的に公式を適用して解を得るだけでなく，解の増減や挙動などを調べることができる．
- (3) 与えられた常微分方程式を，変数変換などを使って上の二つの型のいずれかの微分方程式に帰着させて解くことができる．

### 3. 2階線形常微分方程式

#### (a) 同次(斉次)微分方程式の解の重ね合わせと解の1次独立性

[達成目標]

- (1) 同次(斉次)微分方程式における解の重ね合わせの原理を理解する．
- (2) 解の1次独立性を理解し，ロンスキ行列式がその判定基準を与えることを理解する．

#### (b) 2階定数係数同次線形微分方程式の解法

[達成目標]

2階定数係数同次線形微分方程式の一般解を求めることができる．

#### (c) 2階定数係数非同次線形微分方程式の解法

[達成目標]

- (1) 非同次方程式の特殊解を求めることができる．
- (2) 非同次方程式の一般解を求め，初期値問題を解くことができる．
- (3) 「うなり」や「共鳴」などの現象に対応する解が現れることを理解できる．

## [IV] 確率・統計

### 1. 確率の基礎概念

#### (a) 確率と事象の独立性

[達成目標] 事象, 確率, 条件付き確率, 事象の独立性の意味を理解している.

#### (b) 確率変数と分布

[達成目標] 確率変数の概念を理解し, その分布を表現する方法を知っている.

- (1) 確率変数
- (2) 分布関数, 確率密度関数, 確率関数
- (3) 確率変数の独立性, 共分散

#### (c) 代表的な確率分布

[達成目標] 各種の確率分布を具体例とともに理解している.

- (1) 離散分布: 二項分布, ポアソン分布
- (2) 連続分布: 一様分布, 指数分布, 正規分布

#### (d) 期待値 (平均) と分散

[達成目標] さまざまな分布にしたがう確率変数の期待値 (平均) と分散が計算できる.

### 2. 推定と検定

#### (a) 統計量の分布

[達成目標] 推定, 検定で用いるさまざまな統計量が従う分布 (平均の分布, カイ二乗分布,  $t$  分布,  $F$  分布) の役割を理解をしている.

#### (b) 点推定

[達成目標] モーメント法と最尤推定法の考え方を理解し, 推定値を求めることができる.

#### (c) 区間推定

[達成目標] 母集団が正規分布に従うとき, 母平均の信頼区間を求めることができる.

#### (d) 仮説検定

[達成目標] 母集団が1つでしかも正規分布に従うとき, 母平均に関する検定を行うことができる.