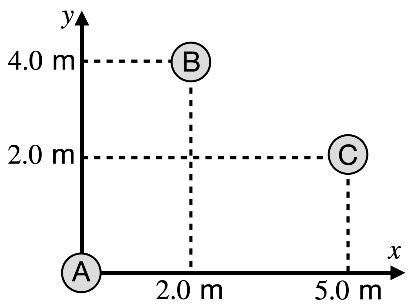
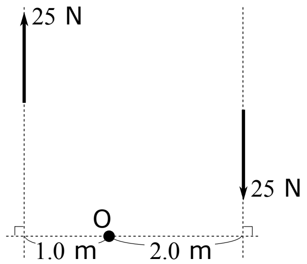
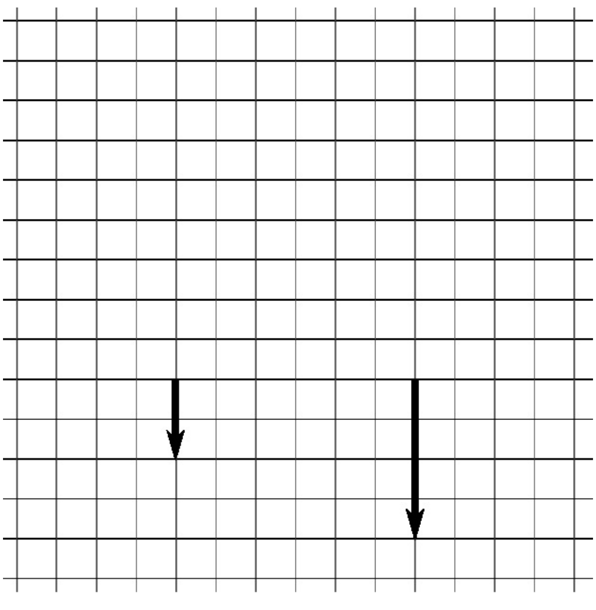
中間試験 1　質点 A, B, C（質量はそれぞれ 5.0 kg，3.0 kg，2.0 kg）が，質点 A を原点とする座標上（図）で配置されている．この質点系の質量中心の位置を求めなさい．



中間試験 2　図に示す二つの力について，点 O を中心とする力のモーメントの合計を求めよ．ただし，紙面手前方向を z 方向とする．

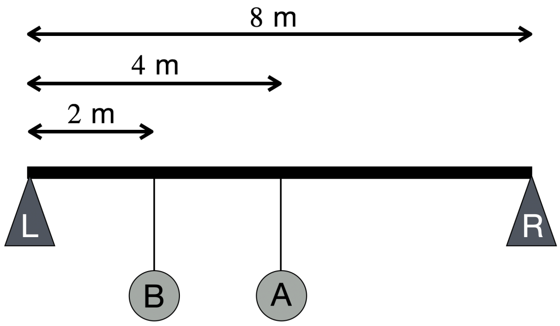


中間試験 3　作用線が互いに平行で同じ方向を向く二つの力について，力を合成する方法を説明しなさい．



中間試験 4　軽い棒を支点 L，R に載せて水平に静止させる．図のようにおもり A（質量 5 kg）とおもり B（質量 2 kg）をつるしても，棒は静止したままだった．支点 L と支点 R が棒に及ぼす力の大きさをそれぞれ R_L，R_R として，次の問いに答えなさい．ただし，重力加速度の大きさを 10 m/s^2 として計算しなさい．

(1)　鉛直方向の並進運動のつりあいの式を書きなさい．
(2)　回転に関するつりあいの式を書きなさい．
(3)　R_L と R_R をそれぞれ求めなさい．

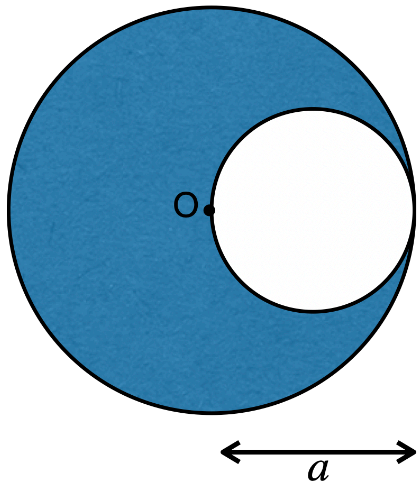


中間試験 5　3.0 kg の剛体について，質量中心を通る軸 A まわりの慣性モーメントを測定したら 12 kg·m^2 であった．軸 A と平行な軸 B があり，軸 A と軸 B は 4.0 m 離れている．次の問に答えなさい．

(1)　軸 B まわりの慣性モーメントを求めなさい．
(2)　軸 B を回転中心として，6.0 N·m の力のモーメントが加わるとき，時刻 t での軸 B のまわりの角加速度を求めなさい．
(3)　軸 B を回転中心として，6.0 N·m の力のモーメントが加わるとき，時刻 t での軸 B のまわりの角速度を求めなさい．ただし，$t = 0$ での角速度を -3 rad/s とする．

中間試験 6　半径 a のうすい円板（以下，大円板と呼ぶ）から，大円板の中心 O から $a/2$ 離れた位置を中心とする半径 $a/2$ の円板（以下，小円板と呼ぶ）を切り抜いた物体を考える．切り抜かれた後の物体の質量を M として，次の問に答えなさい．ただし，以下で考える軸は全て紙面に垂直とする．なお，半径 r，質量 m のうすい円板について，質量中心を通り板面に垂直な軸のまわりの慣性モーメントは $\dfrac{mr^2}{2}$ で表される．

(1)　物体の密度（面密度）σ を求めなさい．
(2)　大円板の質量を M と a を用いて表しなさい．
(3)　小円板の質量を M と a を用いて表しなさい．
(4)　大円板について，点 O を通る軸まわりの慣性モーメントを求めなさい．
(5)　小円板について，点 O を通る軸まわりの慣性モーメントを求めなさい．
(6)　切り抜かれた後の物体について，点 O を通る軸まわりの慣性モーメントを求めなさい．



中間試験 7　側面に糸を巻き付けることのできる球の落下を考える．糸は球の端に巻きつき，糸の太さは無視できるほど細いものとする．球は紙面と平行な平面運動をするものとして，次の問いに答えなさい．ただし，球の質量を M，球の半径を R とし，鉛直下向きを y 軸正方向，紙面手前を z 軸正方向とし，重力加速度の大きさを g としなさい．なお，この球の質量中心まわりの慣性モーメントは $\dfrac{2}{5}MR^2$ で表される．

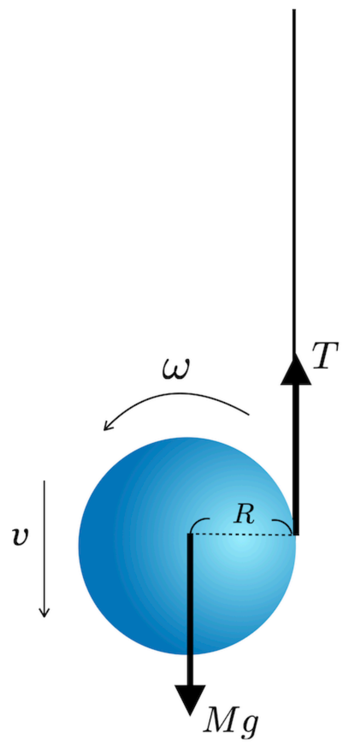
(1)　張力による球の質量中心まわりの力のモーメントの大きさ $|\boldsymbol{N}|$ を R と T で表しなさい．

(2)　球の質量中心の y 方向の加速度を $a\left(=\dfrac{dv}{dt}\right)$ とするとき，y 方向の並進運動に関する運動方程式を a，g，M，T を用いて表しなさい．

(3)　球の回転の角加速度 $\alpha\left(=\dfrac{d\omega}{dt}\right)$ を M，R，T を用いて表しなさい．

(4)　α，a，R の間の関係式を書きなさい．

(5)　a を g を用いて表しなさい．



中間試験 8　半径 a，質量 M の球が進行方向を含む鉛直面に垂直な軸のまわりに回転しながら，反発係数 e の水平床に衝突した．衝突時の接触点における垂直抗力と摩擦力の力積の大きさを，それぞれ $\overline{N}$，$\overline{R}$ とする．進行方向を含む鉛直面を xy 面（紙面）とし，衝突前の進行方向の水平成分を正方向に x 軸，鉛直上方に y 軸をとる．また，反時計回りを回転の正方向とする．衝突直前の質量中心の速度を (u_0, v_0)，衝突直前の角速度を ω_0 として，次の問いに答えなさい．

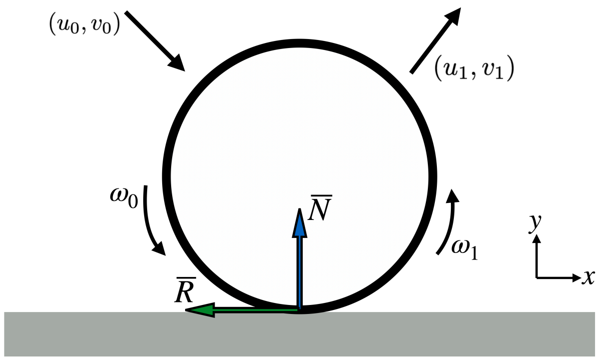
(1)　衝突直後の速度を (u_1, v_1) とする．M，u_0，u_1，v_0，v_1，$\overline{N}$，$\overline{R}$ の間の関係式を二つ書きなさい．

(2)　衝突直後の角速度を ω_1 とする．a，M，ω_0，ω_1，$\overline{R}$ の間の関係式を書きなさい．なお，この球の質量中心まわりの慣性モーメントは $\frac{2}{5}Ma^2$ で表される．

(3)　y 方向の衝突に着目することで，v_1 を e，v_0 を用いて表しなさい．

(4)　ω_1 を a，u_0，ω_0 を用いて表しなさい．なお，球が水平床ですべらないとき，$u_1 + a\omega_1 = 0$ が成り立つ．

(5)　衝突により球が元の方向に戻るための条件を a，u_0，ω_0 を用いて表しなさい．



【このページは空白です．ここに回答を書く場合は，どの問題の回答かを明記してください．】

解答例

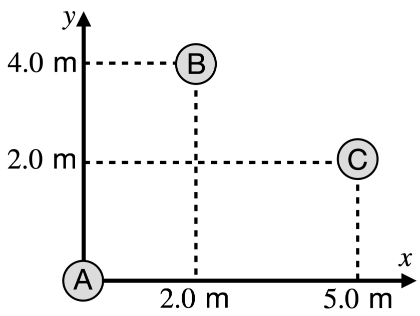
2023 年度 応用物理学 I (鳴海担当分)　　　　番号:　　　　名前:

中間試験 1　質点 A, B, C（質量はそれぞれ 5.0 kg，3.0 kg，2.0 kg）が，質点 A を原点とする座標上（図）で配置されている．この質点系の質量中心の位置を求めなさい．

$$x_M = \frac{5.0\times 0.0 + 3.0\times 2.0 + 2.0\times 5.0}{5.0 + 3.0 + 2.0} = 1.6\ \mathrm{m}$$

$$y_M = \frac{5.0\times 0.0 + 3.0\times 4.0 + 2.0\times 2.0}{5.0 + 3.0 + 2.0} = 1.6\ \mathrm{m}$$

☺ (1.6m, 1.6m)

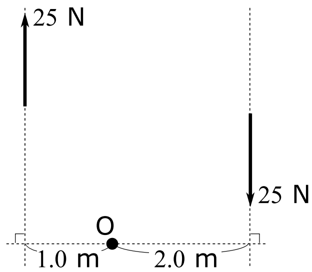


中間試験 2　図に示す二つの力について，点 O を中心とする力のモーメントの合計を求めよ．ただし，紙面手前方向を z 方向とする．

$$N_x = N_y = 0$$

$$N_z = -2.0\times 25 - 1.0\times 25 = -75$$

☺ $(0, 0, -75\ \mathrm{N\cdot m})$



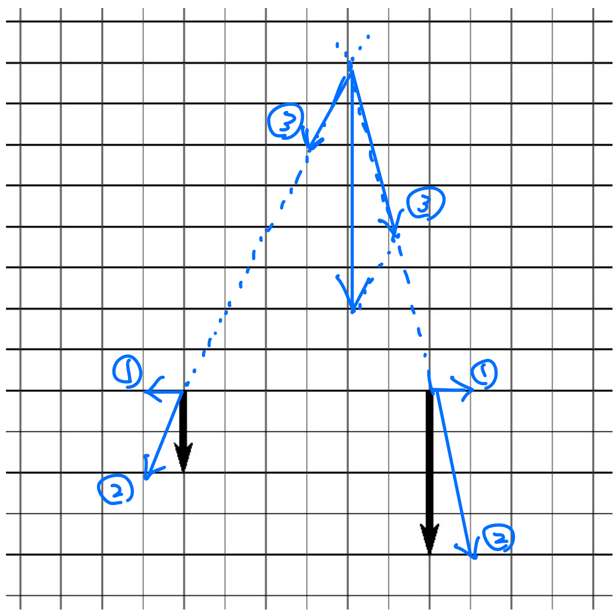
中間試験 3　作用線が互いに平行で同じ方向を向く二つの力について，力を合成する方法を説明しなさい．

① 合力が0の力を加える

② ①の力と元の力の合力

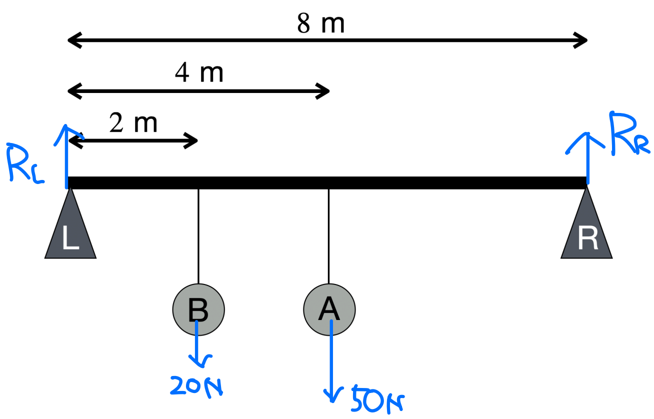
③ 作用線が交わるところに
②の力を移動
(☺作用線の定理)

④ ③の力の合力が求める
合力.



中間試験 4　軽い棒を支点 L，R に載せて水平に静止させる．図のようにおもり A（質量 5 kg）とおもり B（質量 2 kg）をつるしても，棒は静止したままだった．支点 L と支点 R が棒に及ぼす力の大きさをそれぞれ R_L，R_R として，次の問いに答えなさい．ただし，重力加速度の大きさを 10 m/s^2 として計算しなさい．

(1)　鉛直方向の並進運動のつりあいの式を書きなさい．
(2)　回転に関するつりあいの式を書きなさい．
(3)　R_L と R_R をそれぞれ求めなさい．



(1)　$R_L + R_R = 70$ N

(2)　棒の中心まわりの力のモーメントについて

$$4R_R - 4R_L + 2\cdot 20 = 0$$

∴　$R_L - R_R = 10$ N

(3)　(1)と(2)より　$R_L = 40$ N，　$R_R = 30$ N

中間試験 5　3.0 kg の剛体について，質量中心を通る軸 A まわりの慣性モーメントを測定したら 12 kg·m^2 であった．軸 A と平行な軸 B があり，軸 A と軸 B は 4.0 m 離れている．次の問に答えなさい．

(1)　軸 B まわりの慣性モーメントを求めなさい．
(2)　軸 B を回転中心として，6.0 N·m の力のモーメントが加わるとき，時刻 t での軸 B のまわりの角加速度を求めなさい．
(3)　軸 B を回転中心として，6.0 N·m の力のモーメントが加わるとき，時刻 t での軸 B のまわりの角速度を求めなさい．ただし，$t = 0$ での角速度を -3 rad/s とする．

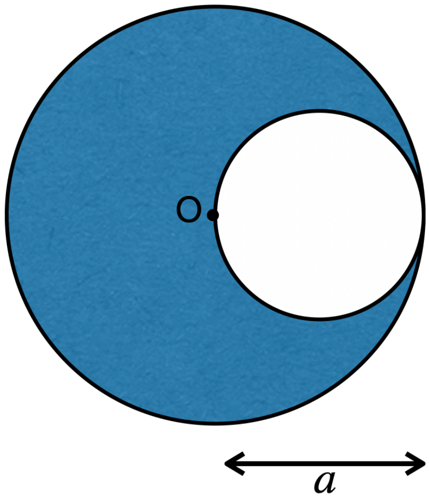
(1)　平行軸の定理から　$I_B = 12 + 3.0 \cdot 4.0^2 = 60$ kg·m^2

(2)　$\alpha = \dfrac{6.0}{I_B} = 0.10$ rad/s^2

(3)　$\omega = \int_0^t \alpha\, dt = 0.10t + \omega(0) = 0.10t - 3$ [rad/s]

中間試験 6　半径 a のうすい円板（以下，大円板と呼ぶ）から，大円板の中心 O から $a/2$ 離れた位置を中心とする半径 $a/2$ の円板（以下，小円板と呼ぶ）を切り抜いた物体を考える．切り抜かれた後の物体の質量を M として，次の問に答えなさい．ただし，以下で考える軸は全て紙面に垂直とする．なお，半径 r，質量 m のうすい円板について，質量中心を通り板面に垂直な軸のまわりの慣性モーメントは $\frac{mr^2}{2}$ で表される．

(1) 物体の密度（面密度）σ を求めなさい．
(2) 大円板の質量を M と a を用いて表しなさい．
(3) 小円板の質量を M と a を用いて表しなさい．
(4) 大円板について，点 O を通る軸まわりの慣性モーメントを求めなさい．
(5) 小円板について，点 O を通る軸まわりの慣性モーメントを求めなさい．
(6) 切り抜かれた後の物体について，点 O を通る軸まわりの慣性モーメントを求めなさい．



(1) $$\sigma = \frac{M}{\pi a^2 - \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{4M}{3\pi a^2}$$

(2) $$M_{大} = \pi a^2 \cdot \sigma = \frac{4}{3}M$$

(3) $$M_{小} = \frac{1}{4}\pi a^2 \cdot \sigma = \frac{1}{3}M$$

(4) $$I_{大} = \frac{1}{2}M_{大} \cdot a^2 = \frac{2}{3}Ma^2$$

(5) $$I_{小} = \frac{1}{2}M_{小} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 + M_{小} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}Ma^2$$

(6) $$I = I_{大} - I_{小} = \frac{2}{3}Ma^2 - \frac{1}{8}Ma^2 = \frac{13}{24}Ma^2$$

中間試験 7　側面に糸を巻き付けることのできる球の落下を考える．糸は球の端に巻きつき，糸の太さは無視できるほど細いものとする．球は紙面と平行な平面運動をするものとして，次の問いに答えなさい．ただし，球の質量を M，球の半径を R とし，鉛直下向きを y 軸正方向，紙面手前を z 軸正方向とし，重力加速度の大きさを g としなさい．なお，この球の質量中心まわりの慣性モーメントは $\frac{2}{5}MR^2$ で表される．

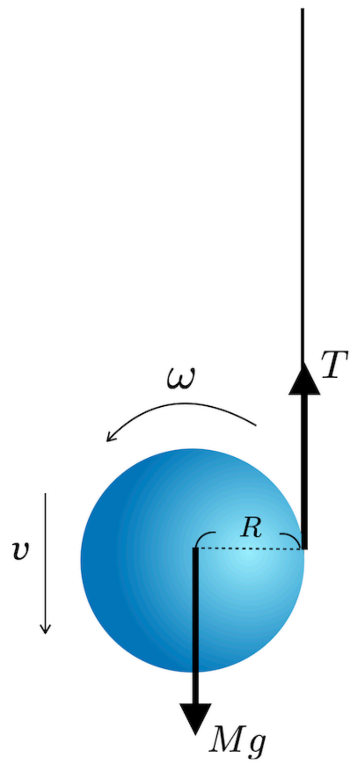
(1)　張力による球の質量中心まわりの力のモーメントの大きさ $|\boldsymbol{N}|$ を R と T で表しなさい．

(2)　球の質量中心の y 方向の加速度を $a\left(=\dfrac{dv}{dt}\right)$ とするとき，y 方向の並進運動に関する運動方程式を a，g，M，T を用いて表しなさい．

(3)　球の回転の角加速度 $\alpha\left(=\dfrac{d\omega}{dt}\right)$ を M，R，T を用いて表しなさい．

(4)　α，a，R の間の関係式を書きなさい．

(5)　a を g を用いて表しなさい．



(1) $|N| = RT$

(2) $Ma = Mg - T$

(3) $\frac{2}{5}MR^2 \cdot \alpha = RT$

$\therefore\ \alpha = \dfrac{5T}{2MR}$

(4) $v = R\omega$ より　$a = R\alpha$ 〃

(5) (3), (4) より　$\dfrac{a}{R} = \dfrac{5T}{2MR} \iff T = \frac{2}{5}Ma$

(2) に代入すると　$Ma = Mg - \frac{2}{5}Ma$　　$\frac{7}{5}a = g$

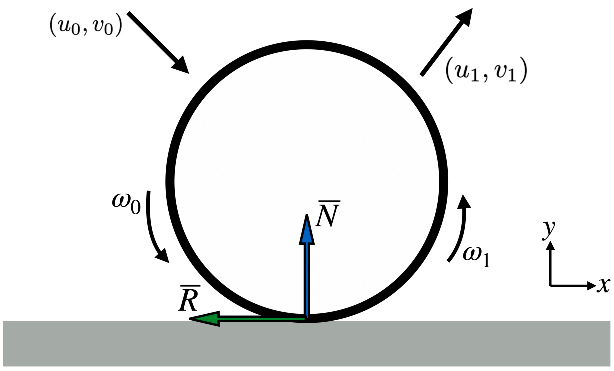
$\therefore\ a = \dfrac{5}{7}g$ 〃

中間試験 8　半径 a，質量 M の球が進行方向を含む鉛直面に垂直な軸のまわりに回転しながら，反発係数 e の水平床に衝突した．衝突時の接触点における垂直抗力と摩擦力の力積の大きさを，それぞれ $\overline{N}$，$\overline{R}$ とする．進行方向を含む鉛直面を xy 面（紙面）とし，衝突前の進行方向の水平成分を正方向に x 軸，鉛直上方に y 軸をとる．また，反時計回りを回転の正方向とする．衝突直前の質量中心の速度を (u_0, v_0)，衝突直前の角速度を ω_0 として，次の問いに答えなさい．

(1) 衝突直後の速度を (u_1, v_1) とする．M，u_0，u_1，v_0，v_1，$\overline{N}$，$\overline{R}$ の間の関係式を二つ書きなさい．
(2) 衝突直後の角速度を ω_1 とする．a，M，ω_0，ω_1，$\overline{R}$ の間の関係式を書きなさい．なお，この球の質量中心まわりの慣性モーメントは $\frac{2}{5}Ma^2$ で表される．
(3) y 方向の衝突に着目することで，v_1 を e，v_0 を用いて表しなさい．
(4) ω_1 を a，u_0，ω_0 を用いて表しなさい．なお，球が水平床ですべらないとき，$u_1 + a\omega_1 = 0$ が成り立つ．
(5) 衝突により球が元の方向に戻るための条件を a，u_0，ω_0 を用いて表しなさい．

(1) $M(u_1 - u_0) = -\overline{R}$　… ①

$M(v_1 - v_0) = \overline{N}$　… ②



(2) $\frac{2}{5}Ma^2(\omega_1 - \omega_0) = -a\overline{R}$　… ③

(3) $v_1 = -ev_0$　… ④

(4) ① $\Leftrightarrow$ $u_1 = u_0 - \frac{\overline{R}}{M}$,

③ $\Leftrightarrow$ $\overline{R} = -\frac{2}{5}Ma(\omega_1 - \omega_0) \Leftrightarrow -\frac{\overline{R}}{M} = \frac{2}{5}a(\omega_1 - \omega_0)$

$\therefore$ $u_1 + a\omega_1 = 0 \Leftrightarrow u_0 - \frac{\overline{R}}{M} + a\omega_1 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{7}{5}a\omega_1 = \frac{2}{5}a\omega_0 - u_0$　$\therefore$ $\omega_1 = \frac{2}{7}\omega_0 - \frac{5u_0}{7a}$

(5) $u_1 = -a\omega_1 = -\frac{2}{7}a\omega_0 + \frac{5}{7}u_0$

戻る条件は $u_1 < 0$.　つまり　$-\frac{2}{7}a\omega_0 + \frac{5}{7}u_0 < 0$

$\therefore$ $\omega_0 > \frac{5u_0}{2a}$