

期末試験 1 次の問いに答えなさい。

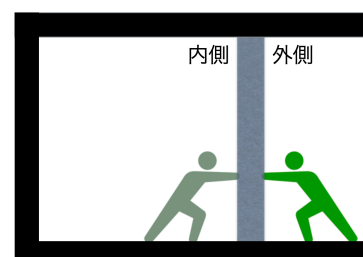
- (1) 熱平衡状態を「巨視的」という言葉を用いて説明しなさい。
- (2) 断熱過程について説明しなさい。
- (3) 状態 A の内部エネルギーを U_A 、状態 B の内部エネルギーを U_B 、状態 A から状態 B への遷移での環境からの仕事を $W_{A \rightarrow B}$ 、環境からの熱を $Q_{A \rightarrow B}$ とするとき、これらの中に成り立つ関係式を書きなさい。
- (4) 理想気体におけるジュールの法則を、物質質量 n 、気体定数 R 、温度 T を用いて説明しなさい。
- (5) サイクル (循環過程) を利用し外部から熱を受け取って仕事をする装置を何と言うか。
- (6) エントロピー増大の法則について、「断熱過程」という言葉を用いて説明しなさい。

期末試験 2 次の問いに答えなさい。ただし、圧力を P 、体積を V 、温度を T としなさい。

- (1) 準静的断熱過程における内部エネルギーの微小変化 dU を、体積の微小変化 dV 、 P を用いて表しなさい。
- (2) 準静的断熱過程で $C_V dT + \left[P + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] dV = 0$ が成り立つことを示しなさい。ただし、内部エネルギーは温度と体積の関数であるとしなさい。また、定積熱容量 $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$ は既知としなさい。

期末試験 3 4.0 m^3 の箱に 3.0 mol の理想気体が入っている。 $20 \text{ }^\circ\text{C}$ で圧力を測定したら $2.0 \times 10^6 \text{ Pa}$ だった。 温度を一定に保ったまま箱を大きくしたところ、圧力は $1.0 \times 10^6 \text{ Pa}$ となった。 変化後の箱の体積はいくらか。

期末試験 4 壁に囲まれた空間がある。 ただし、1つの壁は可動壁とする。 可動壁を、空間の内側にいる人は外側に向かって、外側にいる人は内側に向かって押した。 その結果、壁は力のつりあいを保ちつつゆっくりと（つまり準静的に）動いた。 押す前と押した後の空間の体積変化を ΔV 、可動壁の断面積を S 、内側の人が押す一定の力を F とする。 このとき、外側の人が可動壁を押す力がした仕事を求めなさい。



期末試験 5 圧力を P 、体積を V 、物質量を n 、気体定数を R 、温度を T とする。

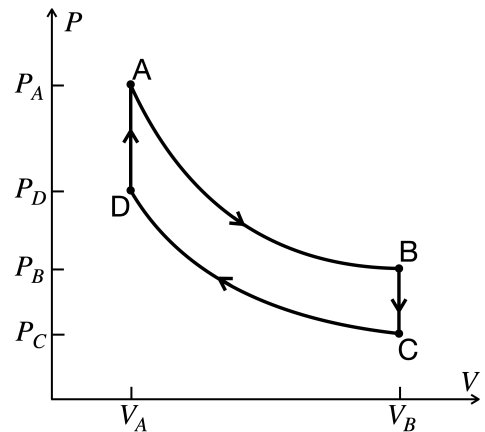
- (1) 理想気体の状態方程式を書きなさい。
- (2) 理想気体の等温過程で体積が V_1 から V_2 に変化したとき、環境が系にした仕事が $W = nRT \log \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$ で表されることを示しなさい。
- (3) 体積が 2.0 m^3 、圧力が $0.50 \times 10^5 \text{ Pa}$ の理想気体を、体積が半分になるようゆっくりと圧縮する過程で環境が空気にした仕事はいくらか。

期末試験 6 熱容量 C の物体を温度 T_A から T_B まで準静的に変化させる。

- (1) 温度を dT 変化させるのに必要な熱 $d'Q$ を書きなさい。
- (2) エントロピーの変化 $S_B - S_A$ を求めなさい。

期末試験 7 状態 A (圧力 P_A) から状態 B (圧力 P_B) への断熱膨張過程, 状態 B から状態 C への定積過程 (体積 V_B), 状態 C (圧力 P_C) から状態 D (圧力 P_D) への断熱圧縮過程, 状態 D から状態 A への定積過程 (体積 V_A) からなるサイクルをオットーサイクルという. 熱機関の作業物質を n mol の理想気体とし, それぞれの過程を準静的過程として次の問いに答えなさい. ただし, 気体定数を R , 比熱比を γ (ただし, $\gamma > 1$) としなさい.

- (1) 状態 D から状態 A への定積過程での環境から系への熱 Q_1 を, 定積熱容量 C_V , 状態 A の温度 T_A , 状態 D の温度 T_D を用いて表しなさい.
- (2) Q_1 を, C_V , n , P_A , P_D , R , V_A を用いて表しなさい.
- (3) 状態 B から状態 C への定積過程での環境から系への熱 Q_2 を, 定積熱容量 C_V , n , P_B , P_C , R , V_B を用いて表しなさい.
- (4) 1 サイクルで系がする仕事 W を, Q_1 と Q_2 を用いて表しなさい.
- (5) 理想気体の準静的オットーサイクルの熱効率 η を Q_1 と Q_2 を用いて表しなさい.
- (6) η を V_A と V_B を用いて表しなさい. ただし, 断熱過程での関係式 $PV^\gamma = \text{Const.}$ は既知としなさい.



期末試験 8 圧力を P , 体積を V , 温度を T , 物質量を n とする. $-\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$ により定義される圧縮率に関して, 次の問いに答えなさい. ただし, 気体定数を R , 比熱比を γ (ただし, $\gamma > 1$) としなさい.

- (1) 理想気体の断熱過程での圧縮率を κ とするとき, κ を γ と P を用いて表しなさい. ただし, 理想気体の断熱過程では $PV^\gamma = \text{Const.}$ が成り立つことは既知としなさい.
- (2) 密度 ρ の流体中を伝わる音波の速さは $\frac{1}{\sqrt{\rho\kappa}}$ で与えられることが知られている. このことを用いることで, 理想気体中の音速が $\sqrt{\frac{\gamma nRT}{\rho V}}$ と表されることを示しなさい.
- (3) 単位物質あたりの質量をモル質量という. モル質量を ρ, n, V を用いて表しなさい.
- (4) 空気を $\gamma = 1.40$, モル質量 $2.90 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$ の理想気体とみなすとき, 20°C の空気中の音速を有効数字 2 桁で表しなさい. 気体定数は $8.31 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ としなさい.

解答例

2023 年度 応用物理学 II (鳴海担当分)

番号:

名前:

期末試験 1 次の問いに答えなさい。

- (1) 熱平衡状態を「巨視的」という言葉を用いて説明しなさい。
- (2) 断熱過程について説明しなさい。
- (3) 状態 A の内部エネルギーを U_A 、状態 B の内部エネルギーを U_B 、状態 A から状態 B への遷移での環境からの仕事を $W_{A \rightarrow B}$ 、環境からの熱を $Q_{A \rightarrow B}$ とするとき、これらの中に成り立つ関係式を書きなさい。
- (4) 理想気体におけるジュールの法則を、物質質量 n 、気体定数 R 、温度 T を用いて説明しなさい。
- (5) サイクル (循環過程) を利用し外部から熱を受け取って仕事をする装置を何と言うか。
- (6) エントロピー増大の法則について、「断熱過程」という言葉を用いて説明しなさい。

(1) 巨視的に見て変化のない状態のこと

(2) 外部と仕事以外の方法ではエネルギーのやりとりをしない状態遷移のこと。

$$(3) U_B - U_A = W_{A \rightarrow B} + Q_{A \rightarrow B}$$

(4) 理想気体の内部エネルギーが λnRT (λ は定数) で表される

(5) 熱機関 (エンジン)

(6) 断熱過程ではエントロピーが減少する遷移は起こらない

期末試験 2 次の問いに答えなさい。ただし、圧力を P 、体積を V 、温度を T としなさい。

- (1) 準静的断熱過程における内部エネルギーの微小変化 dU を、体積の微小変化 dV 、 P を用いて表しなさい。
- (2) 準静的断熱過程で $C_V dT + \left[P + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] dV = 0$ が成り立つことを示しなさい。ただし、内部エネルギーは温度と体積の関数であるとしなさい。また、定積熱容量 $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$ は既知としなさい。

$$(1) dQ = 0, d'W = -P dV \text{ より } dU = -P dV$$

(2) 内部エネルギーが T と V の関数なので $dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = C_V, dU = -P dV \text{ を代入すると}$$

$$-P dV = C_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV \quad \odot \quad C_V dT + \left[P + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] dV = 0$$

期末試験 3 4.0 m^3 の箱に 3.0 mol の理想気体が入っている。 20°C で圧力を測定したら $2.0 \times 10^6 \text{ Pa}$ だった。 温度を一定に保ったまま箱を大きくしたところ、圧力は $1.0 \times 10^6 \text{ Pa}$ となった。 変化後の箱の体積はいくらか。

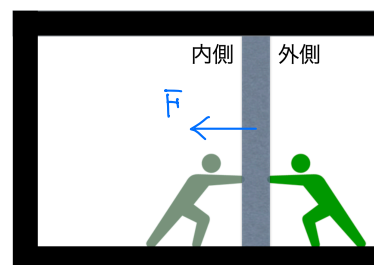
$$2.0 \times 10^6 \cdot 4.0 = 1.0 \times 10^6 \cdot V \quad \therefore V = 8.0 \text{ m}^3$$

期末試験 4 壁に囲まれた空間がある。ただし、1つの壁は可動壁とする。可動壁を、空間の内側にいる人は外側に向かって、外側にいる人は内側に向かって押した。その結果、壁は力のつりあいを保ちつつゆっくりと（つまり準静的に）動いた。押す前と押した後の空間の体積変化を ΔV 、可動壁の断面積を S 、内側の人が押す一定の力を F とする。このとき、外側の人が可動壁を押す力がした仕事を求めなさい。

つりあいを保てるので外側の人が押す力も F 。

外側の人が押す力の向きを正方向とすると壁の変位は $-\frac{\Delta V}{S}$

$$\therefore W = F \cdot dx = -\frac{F}{S} \Delta V$$



期末試験 5 圧力を P 、体積を V 、物質量を n 、気体定数を R 、温度を T とする。

- (1) 理想気体の状態方程式を書きなさい。
- (2) 理想気体の等温過程で体積が V_1 から V_2 に変化したとき、環境が系にした仕事が $W = nRT \log \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$ で表されることを示しなさい。
- (3) 体積が 2.0 m^3 、圧力が $0.50 \times 10^5 \text{ Pa}$ の理想気体を、体積が半分になるようゆっくりと圧縮する過程で環境が空気にした仕事はいくらか。

$$(1) PV = nRT$$

$$(2) W = \int dw = - \int P dV = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -nRT [\log V]_{V_1}^{V_2} = nRT \log \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$$

$$(3) W = PV \log \left(\frac{V_1}{V_2} \right) = 0.50 \times 10^5 \times 2.0 \times \log 2 = 6.9 \times 10^4 \text{ J}$$

期末試験 6 熱容量 C の物体を温度 T_A から T_B まで準静的に変化させる。

- (1) 温度を dT 変化させるのに必要な熱 $d'Q$ を書きなさい。
- (2) エントロピーの変化 $S_B - S_A$ を求めなさい。

$$(1) d'Q = C dT$$

$$(2) S_B - S_A = \int_{A \rightarrow B} \frac{d'Q}{T} = C \int_{T_A}^{T_B} \frac{dT}{T} = C \log \left(\frac{T_B}{T_A} \right)$$

期末試験 7 状態 A (圧力 P_A) から状態 B (圧力 P_B) への断熱膨張過程, 状態 B から状態 C への定積過程 (体積 V_B), 状態 C (圧力 P_C) から状態 D (圧力 P_D) への断熱圧縮過程, 状態 D から状態 A への定積過程 (体積 V_A) からなるサイクルをオットーサイクルという. 熱機関の作業物質を n mol の理想気体とし, それぞれの過程を準静的過程として次の問いに答えなさい. ただし, 気体定数を R , 比熱比を γ (ただし, $\gamma > 1$) としなさい.

- (1) 状態 D から状態 A への定積過程での環境から系への熱 Q_1 を, 定積熱容量 C_V , 状態 A の温度 T_A , 状態 D の温度 T_D を用いて表しなさい.
- (2) Q_1 を, C_V , n , P_A , P_D , R , V_A を用いて表しなさい.
- (3) 状態 B から状態 C への定積過程での環境から系への熱 Q_2 を, 定積熱容量 C_V , n , P_B , P_C , R , V_B を用いて表しなさい.
- (4) 1 サイクルで系がする仕事 W を, Q_1 と Q_2 を用いて表しなさい.
- (5) 理想気体の準静的オットーサイクルの熱効率 η を Q_1 と Q_2 を用いて表しなさい.
- (6) η を V_A と V_B を用いて表しなさい. ただし, 断熱過程での関係式 $PV^\gamma = \text{Const.}$ は既知としなさい.

$$(1) Q_1 = C_V(T_A - T_D)$$

$$(2) \text{状態方程式より } Q_1 = \frac{C_V}{nR}(P_A - P_D)V_A$$

$$(3) Q_2 = C_V(T_C - T_B) = \frac{C_V}{nR}(P_C - P_B)V_B$$

$$(4) \text{第1法則より, } 0 = W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}}$$

系がする仕事 W は $W = -W_{\text{cycle}}$

また, $A \rightarrow B$ と $C \rightarrow D$ が断熱過程なので $Q_{\text{cycle}} = Q_1 + Q_2$

$$\text{以上より } W = Q_1 + Q_2$$

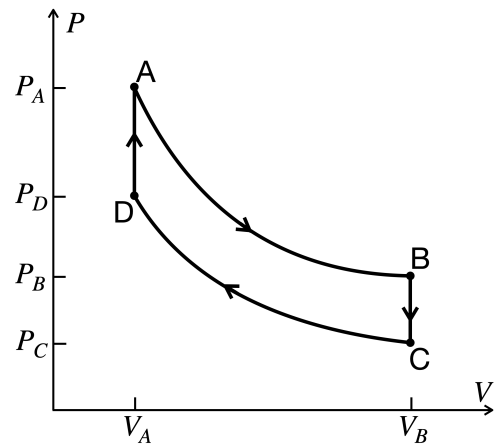
(5) $Q_1 > 0$, $Q_2 < 0$ より 系が受け取った熱は Q_1 なので

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$(6) \eta = 1 + \frac{(P_C - P_B)V_B}{(P_A - P_D)V_A} = 1 + \frac{(P_C - P_B)V_B^r}{(P_A - P_D)V_A^r} \cdot \frac{V_A^{r-1}}{V_B^{r-1}}$$

断熱過程では $P_A V_A^r = P_B V_B^r$, $P_C V_B^r = P_D V_A^r$ なので

$$\frac{(P_C - P_B)V_B^r}{(P_A - P_D)V_A^r} = \frac{P_D V_A^r - P_B V_B^r}{P_B V_B^r - P_D V_A^r} = -1 \quad \text{よって} \quad \eta = 1 - \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1}$$



期末試験 8 圧力を P , 体積を V , 温度を T , 物質量を n とする. $-\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$ により定義される圧縮率に関して, 次の問いに答えなさい. ただし, 気体定数を R , 比熱比を γ (ただし, $\gamma > 1$) としなさい.

- (1) 理想気体の断熱過程での圧縮率を κ とするとき, κ を γ と P を用いて表しなさい. ただし, 理想気体の断熱過程では $PV^\gamma = \text{Const.}$ が成り立つことは既知としなさい.
- (2) 密度 ρ の流体中を伝わる音波の速さは $\frac{1}{\sqrt{\rho\kappa}}$ で与えられることが知られている. このことを用いることで, 理想気体中の音速が $\sqrt{\frac{\gamma nRT}{\rho V}}$ と表されることを示しなさい.
- (3) 単位物質あたりをモル質量という. モル質量を ρ , n , V を用いて表しなさい.
- (4) 空気を $\gamma = 1.40$, モル質量 $2.90 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$ の理想気体とみなすとき, 20°C の空気中の音速を有効数字 2 桁で表しなさい. 気体定数は $8.31 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ としなさい.

(1) 定数を A とすると, $V = \left(\frac{A}{P}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (\Leftrightarrow A^{\frac{1}{\gamma}} = P^{\frac{1}{\gamma}} V)$

よって $\frac{dV}{dP} = \frac{d}{dP} \left(\frac{A}{P}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = A^{\frac{1}{\gamma}} \frac{d}{dP} P^{-\frac{1}{\gamma}} = -\frac{A^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} P^{-\frac{1}{\gamma}-1}$

$\Rightarrow \kappa = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP} = \frac{A^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma V} P^{-\frac{1}{\gamma}-1} = \frac{1}{\gamma P}$ "

(2) 求める音速を v とすると

$$v = \frac{1}{\sqrt{\rho\kappa}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma nRT}{\rho V}} \quad (\odot P = \frac{nRT}{V})$$

$\xrightarrow{\text{①(1)}}$

(3) 質量が ρV なので, モル質量は $\frac{\rho V}{n}$

(4) モル質量を m とすると $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{m}}$

$$v = \sqrt{\frac{1.40 \times 8.31 \times (20 + 273)}{2.90 \times 10^{-2}}} = 3.4 \times 10^2 \text{ m/s}$$