

# 1

次の問いに答えなさい（配点: 52）

- (1) 光電効果について説明しなさい。
- (2) 光電効果の実験に関して、金属に照射する光の振動数を変化させるとどのような変化が起きるか。「電子のエネルギー」と「振動数の閾値」という言葉を用いて説明しなさい。
- (3) プランク定数を  $h$  として、振動数  $\nu$ 、波長  $\lambda$  の光に関する光量子仮説を説明しなさい。
- (4) エネルギー固有値とエネルギー固有状態について説明しなさい。
- (5) ボルンの規則について説明しなさい。
- (6) 束縛状態と散乱状態について説明しなさい。
- (7) 「トンネル効果は、1つの粒子が分裂して、一部は障壁に跳ね返され一部は障壁を通過する現象」という説明は正しいか。正しいければ○を記入し、間違っていれば誤りを修正しなさい。
- (8) クローニッヒ・ペニーモデルについて説明しなさい。
- (9) マティーンセンの法則について説明しなさい。
- (10) フェルミ準位について、「絶対零度」と「フェルミ分布」という言葉を用いて説明しなさい。
- (11) 導体について、「フェルミ準位」と「エネルギーバンド」という言葉を用いて説明しなさい。
- (12) 半導体の抵抗率の温度依存性について、エネルギーバンドとの関係から説明しなさい。
- (13) 零点振動エネルギーについて説明しなさい。

# 2

次の問いに答えなさい（配点: 48）

- (1) 金属に光を照射したが、振動数が  $\nu_0$  よりも小さい光では電子が離脱しなかった。金属の仕事関数が  $W = 6.8 \text{ eV}$  のとき、 $\nu_0$  [Hz] を有効数字2桁で表しなさい。ただし、プランク定数を  $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ 、 $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$  としなさい。
- (2) 質量が  $m = 1.0 \times 10^{-30} \text{ kg}$  の粒子のドブロイ波長が  $2.2 \times 10^{-10} \text{ m}$  だった。この粒子の速度 [m/s] を有効数字2桁で表しなさい。ただし、プランク定数を  $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  としなさい。

- (3) 量子系の状態は何を用いて表されるか答えなさい。
- (4) ベクトル  $|\psi\rangle = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2-i \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $|\varphi\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 3i \end{pmatrix}$  について,  $\langle\psi|\varphi\rangle$  はいくらか。
- (5) ベクトル  $\begin{pmatrix} -2i \\ 3-2i \end{pmatrix}$  を規格化して得られるベクトルを書きなさい。
- (6) 状態  $|\psi\rangle$  が可換測量  $\hat{A}$  の固有状態の重ね合わせとして  $|\psi\rangle = \frac{i}{2} |a_1\rangle + \frac{\sqrt{2}+i}{2} |a_2\rangle$  と表せるとき, 固有値  $a_2$  を測定値として得る確率はいくらか。
- (7) ディラック定数を  $\hbar$ , ハミルトニアンを  $\hat{H}$ , 状態ベクトルを  $|\psi(t)\rangle$  として, (時間依存する) シュレディンガー方程式を書きなさい。
- (8) ハミルトニアンを  $\hat{H}$ , エネルギー固有値を  $E_m, E_n$  に属するエネルギー固有状態を  $|n\rangle$  として, 定常状態のシュレディンガー方程式を書きなさい。
- (9) 定常状態の波動関数  $\varphi(x)$  について, シュレディンガー方程式を書きなさい。ただし, ディラック定数を  $\hbar$ , 粒子の質量を  $m$ , ポテンシャルエネルギーを  $V(x)$ , エネルギー固有値を  $E$  としなさい。
- (10) 位置エネルギーが  $V(x) = \frac{1}{18}x^4 - \frac{1}{3}x^2$  (J) で表されるとき,  $x = 3$  m での保存力 (N) を有効数字1桁で表しなさい。
- (11) 周期  $d$  の周期ポテンシャルについて, ブロッホの定理の表式を書きなさい。ただし, エネルギー固有状態の波動関数を  $\varphi(x)$  とし, 位相を表す変数には  $\theta$  を用いなさい。
- (12) 電気伝導度が  $\sigma = 2.5 \times 10^6 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$  の金属について, 抵抗率 ( $\Omega \text{ m}$ ) を有効数字2桁で表しなさい。
- (13) バネ定数が  $2.0 \text{ N/m}$  のバネがある。バネの一端は壁に固定されており, もう一端が  $6.0 \text{ kg}$  の質点に接続されている。この質点が単振動するとき, 振動の周期 (s) を有効数字2桁で表しなさい。
- (14) 温度を2倍にすると, 格子振動に起因する抵抗率は何倍になるか答えなさい。ただし, 十分に高温であるとする。
- (15) 1次元調和振動子についてエネルギー固有値を表しなさい。ただし, 0以上の整数を  $n$ , 角振動数を  $\omega$ , ディラック定数を  $\hbar$  としなさい。
- (16) フォノン (音響子) はどのような場を量子化したものか答えなさい。

1

- (1) 光を金属表面に当てると金属表面から電子が飛び出す現象。
- (2) 振動数の閾値 $\nu_0$ より小さな振動数の光では電子が飛び出さないが、 $\nu_0$ より大きい振動数では電子が飛び出て、振動数が大きいほど電子のエネルギーも大きくなる。
- (3) 振動数 $\nu$ 、波長 $\lambda$ の光は、エネルギーが $h\nu$ 、運動量が $\frac{h\nu}{c}$ である粒子(光子)の集まりとする説。
- (4) ハミルトニアン $\hat{H}$ の固有値をエネルギー固有値といい、その固有値に対応する固有ベクトルで表される状態をエネルギー固有状態という。
- (5) 波動関数の絶対値の2乗が、対応する物理量の測定値が得られる確率に比例するという原理。
- (6) 量子力学的な粒子がポテンシャルにより閉じこめられている状態を束縛状態といい、束縛状態ではない状態を散乱状態という。
- (7) トンネル効果では1つの粒子が分裂する訳ではなく、多数の粒子についてランダムに通過するものと反射するものが現れる。
- (8) 金属結晶に対する電子系のモデルで、原子核との相互作用を周期的な矩形ポテンシャルで表したもの。
- (9) 散乱機構が複数あるときに、抵抗率が個々の散乱機構に由来する抵抗率の和になるという法則。
- (10) 絶対零度のフェルミ分布において、確率0と確率1の閾値となるエネルギーのこと。
- (11) フェルミ準位がエネルギーバンド中にある金属結晶を導体という。
- (12) 温度を上げると高いエネルギーバンドに遷移しやすくなるので、半導体では温度上昇で抵抗率が減少する。
- (13) 調和振動子のエネルギー固有値の最小値のこと。

## 2

(1)

$$1.6 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

(2)

$$3.0 \times 10^6 \text{ m/s}$$

(3)

状態ベクトル

(4)

$$-\frac{1}{3} + \frac{5}{6}i$$

(5)

$$\frac{1}{\sqrt{17}} \begin{pmatrix} -2i \\ 3-2i \end{pmatrix}$$

(6)

$$\frac{3}{4}$$

(7)

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \hat{H} |\psi(t)\rangle$$

(8)

$$\hat{H} |n\rangle = E_n |n\rangle$$

(9)

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right) \varphi(x) = E \varphi(x)$$

(10)

$$-4 \text{ N}$$

(11)

$$\varphi(x+d) = e^{i\theta} \varphi(x)$$

(12)

$$4.0 \times 10^{-7} \Omega \text{ m}$$

(13)

$$1.1 \times 10 \text{ s}$$

(14)

2倍

(15)

$$\hbar \omega \left( n + \frac{1}{2} \right)$$

(16)

格子振動場